不確実性下の最適化問題の計画論への応用

神戸大学大学院工学研究科 准教授
瀬木 俊輔

一般財団法人 建設工学研究所 令和5年度学術講演会

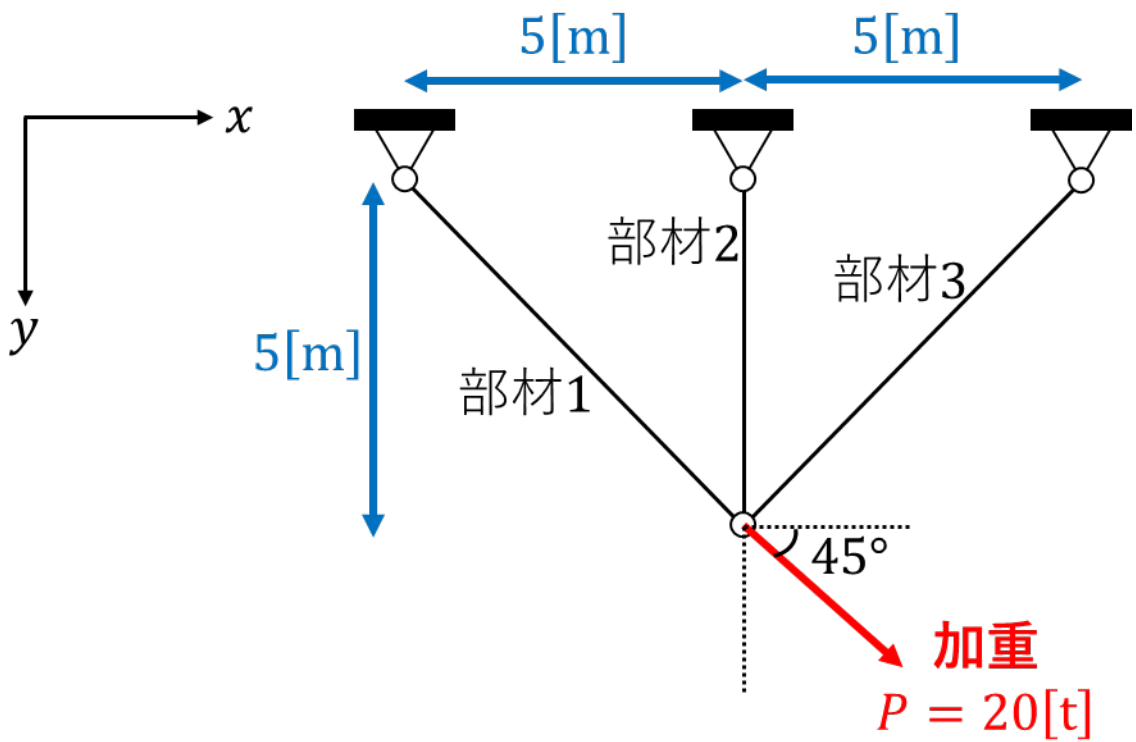
数理最適化問題

- 制約条件の範囲内で目的関数を最小化（最大化）する変数の値を探索する数学の問題
  - 最適な意思決定の支援に応用可能

- 様々な分野で応用されている
  - 製造業の生産・在庫管理・輸送計画
  - 統計モデルの推定・人工知能の学習
  - 料金設定・予約枠の割り当て
  - 設備投資計画

最適化問題の例：構造設計問題

- 左右対称な三部材トラス
- 部材1と3の断面積A_1と部材2の断面積A_2を最適化
- 安全率の範囲内で部材総体積を最小化する



最適化問題の例：構造設計問題

- 部材に働く応力が許容応力度の範囲に収まるという制約の範囲内で，部材総体積を最小化する

$$\min_{A_1,A_2,\sigma_1,\sigma_2,\sigma_3} \quad 10\sqrt{2}A_1 + 5A_2$$

$$\text{s.t.} \quad \sigma_1 \geq -1, \sigma_2 \geq -1, \sigma_3 \geq -1$$

$$\sigma_1 \leq 1.4, \sigma_2 \leq 1.4, \sigma_3 \leq 1.4$$

$$\boxed{\begin{gathered} -\sigma_1 A_1 + \sigma_3 A_1 + 20 = 0 \\ -\sigma_1 A_1 - \sqrt{2}\sigma_2 A_2 - \sigma_3 A_1 + 20 = 0 \\ \sigma_1 + \sigma_3 - \sigma_2 = 0 \end{gathered}}$$

部材断面積A_1, A_2と部材に働く応力$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$の関係

- 最適解：$A_1 = 11.27, A_2 = 5.83, \sigma_1 = 1.40, \sigma_2 = 1.02, \sigma_3 = -0.38$

不確実性下の最適化問題

- 意思決定に関わる不確実性を考慮した最適化問題
  - 未来を確実に予測できないときの最適化問題
  - 期待値を目的関数とする

- 多様な不確実性を考慮できる
  - 商品の需要の不確実性
  - 将来環境（原材料調達費用など）の不確実性

不確実性下の最適化問題の例

- 週末に旅行に行くべきかを決める問題
  - 週末の降水確率は70%
  - ホテルの宿泊費は10,000円（キャンセル不可能）
  - 晴天下の旅行の効用は15,000円
  - 雨天下の旅行の効用は3,000円
  - 自宅に滞在する効用は0円
- (旅行の効用 − 出費)の期待値を目的関数とする

不確実性下の最適化問題の例

- (旅行の効用 − 出費)の期待値を目的関数とする
- 意思決定の選択肢毎に目的関数値を計算する

- 選択肢1：旅行に行かない
  - 効用：0円　出費：0円　目的関数値：0円
- 選択肢2：ホテルを予約し旅行に行く
  - 効用(期待値)：$3{,}000 \times 70\% + 15{,}000 \times 30\% = 6{,}600$円
    出費：10,000円　目的関数値：−3,400円

➢ 選択肢1が最適となる

予約がキャンセル可能のとき

- 週末に旅行に行くべきかを決める問題
  - 週末の降水確率は70%
  - ホテルの宿泊費は10,000円
  - ホテルの直前のキャンセル価格は1,000円
  - 晴天下の旅行の効用は15,000円
  - 雨天下の旅行の効用は3,000円
  - 自宅に滞在する効用は0円

- このときの最適な意思決定は？

予約がキャンセル可能のとき

■ 選択肢1：旅行に行かない

- 効用：0円　出費：0円　目的関数値：0円

■ 選択肢2：ホテルを予約しておき，必ず旅行に行く

- 効用(期待値)：$3{,}000 \times 70\% + 15{,}000 \times 30\% = 6{,}600$円
  出費(期待値)：$10{,}000 \times 70\% + 10{,}000 \times 30\% = 10{,}000$円
  目的関数値：$-3{,}400$円

■ 選択肢3：ホテルを予約しておき，当日の天気が雨天なら予約をキャンセルして自宅に滞在し，晴天なら旅行に行く

- 効用(期待値)：$0 \times 70\% + 15{,}000 \times 30\% = 4{,}500$円
  出費(期待値)：$1{,}000 \times 70\% + 10{,}000 \times 30\% = 3{,}700$円
  目的関数値：+800円

➢ 選択肢3が最適となる

不確実性下の最適化問題の解

- 予約がキャンセル可能なときの最適解：
  - ホテルを予約しておき，当日の天気が**雨天なら**予約をキャンセルし，**晴天なら**旅行に行く

- 不確実性下の最適化問題の解は一般に「将来の状況がAであればXを実行し，BであればYを実行し，…」という**状況依存的**なものとなる

- 不確実性下では「2030年にXを必ず実行せよ」といった意思決定は最適にならない

本日の講演の内容

■ 不確実性下の最適化問題の土木計画への応用例

① 高速道路の料金設定

- 料金変更に対する交通量の反応の不確実性

② 気候変動下の治水施設整備

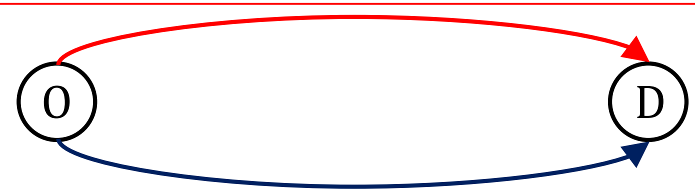
- 温暖化の進行速度の不確実性

高速道路の料金設定 - 問題設定

- Verhoef (2004)を参考とする
- 並行する一般道路Lと高速道路Hから成るネットワーク
- 高速道路のみ料金が課されている
- OD間総交通量は$\bar{Q}$で一定
- 時間価値の高い通勤者が高速道路を利用

高速道路H
交通量x_H, 旅行時間T_H,料金p_H

OD間総交通量$\bar{Q}$
$\bar{Q} = x_H + x_L$



一般道路L
交通量x_L, 旅行時間T_L,料金無し

通勤者の時間価値の分布

- 通勤者の時間価値αは人により異なる
- 時間価値：移動時間を1時間短縮するためにいくら支払えるか？

- 時間価値は労働者の時給に相当すると考えることが多い
- 右表は2017年時点の雇用労働者の時間給分布

出典：https://tmaita77.blogspot.com/2019/07/blog-post_25.html

雇用労働者の時間給分布

	人数	%値
500円未満	1,108,600	2.6
500円～	3,618,900	8.4
750円～	5,312,700	12.3
1000円～	5,998,100	13.9
1250円～	5,413,600	12.5
1500円～	4,117,000	9.5
1750円～	2,567,500	6.0
2000円～	3,189,300	7.4
2250円～	1,473,400	3.4
2500円～	2,576,300	6.0
2750円～	713,700	1.7
3000円～	2,367,800	5.5
3500円～	1,448,700	3.4
4000円～	1,081,300	2.5
4500円～	632,100	1.5
5000円以上	1,522,900	3.5
合計	43,141,900	100.0

＊年間200日以上就業している雇用者のデータ。
＊「年間就業日数×週間就業時間×年間所得」の表より試作。
＊『就業構造基本調査』（2017年）より舞田敏彦作成。

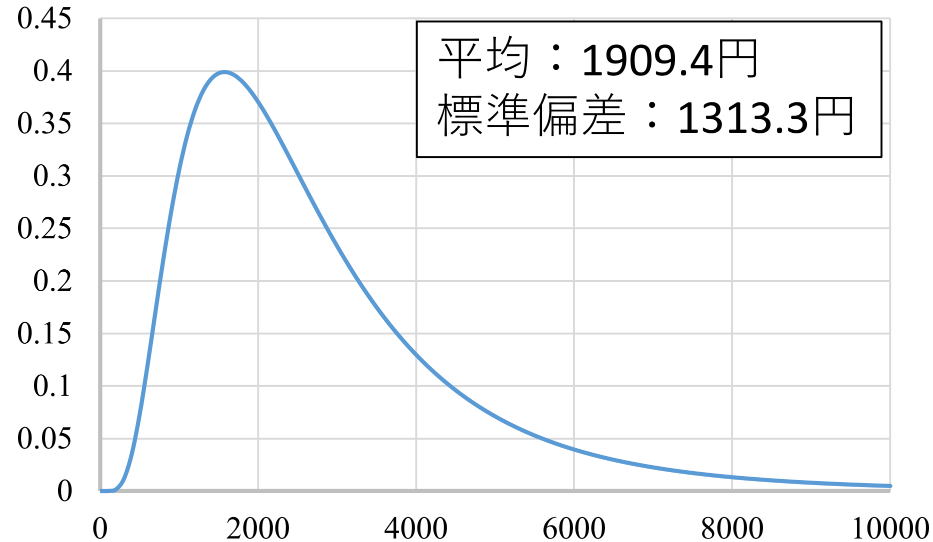
通勤者の時間価値の分布

- 時間価値αは対数正規分布に従うと仮定する
- 雇用労働者の時間給分布にフィッティングする

雇用労働者の時間給分布

	人数	%値
500円未満	1,108,600	2.6
500円～	3,618,900	8.4
750円～	5,312,700	12.3
1000円～	5,998,100	13.9
1250円～	5,413,600	12.5
1500円～	4,117,000	9.5
1750円～	2,567,500	6.0
2000円～	3,189,300	7.4
2250円～	1,473,400	3.4
2500円～	2,576,300	6.0
2750円～	713,700	1.7
3000円～	2,367,800	5.5
3500円～	1,448,700	3.4
4000円～	1,081,300	2.5
4500円～	632,100	1.5
5000円以上	1,522,900	3.5
合計	43,141,900	100.0

＊年間200日以上就業している雇用者のデータ。
＊「年間就業日数×週間就業時間×年間所得」の表より試作。
＊『就業構造基本調査』（2017年）より舞田敏彦作成。

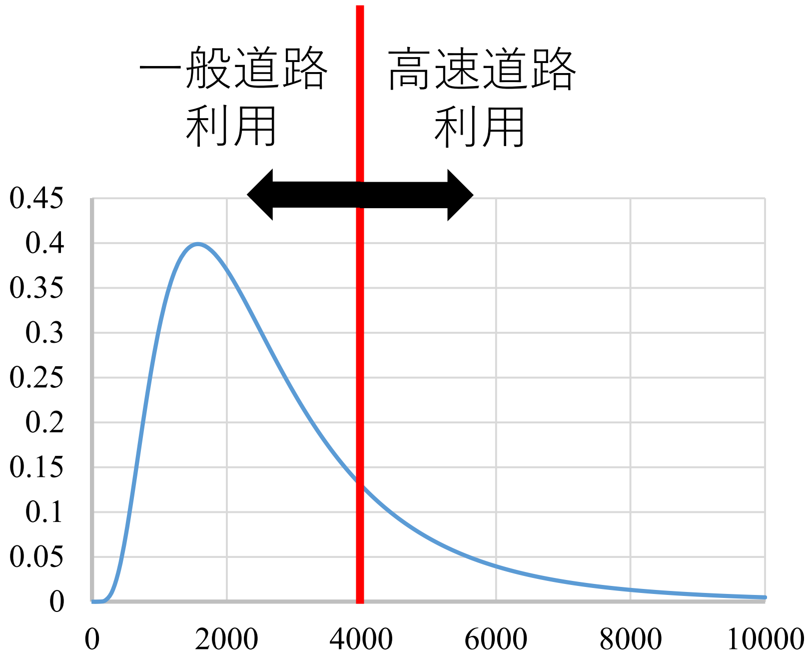


時間価値α

$$\alpha \sim \mathrm{Lognormal}\left(\mu_\alpha, \sigma_\alpha^2\right)$$

均衡モデル

- 時間価値αの高い通勤者が高速道路を利用
- 高速道路・一般道路利用の閾値となる時間価値α^*を求める



例：$\alpha^* = 4000$のとき

- 時間価値αの人の移動コスト
  - $\alpha \times$移動時間 + 料金

高速道路の移動コスト = $\alpha(T_H - \bar{v}_H) + p_H$

一般道路の移動コスト = αT_L

閾値α^*では両者が釣り合う

$$\alpha^*(T_H - \bar{v}_H) + p_H = \alpha^* T_L$$

$\bar{v}_H$: 高速道路の走行快適性の補正項

一般道路・高速道路の混雑

- 一般道路と高速道路の旅行時間T_L, T_Hは交通量x_L, x_Hの増加関数

$$T_L = T_{FL}\left(1+0.48\left(\frac{x_L}{K_L}\right)^{2.82}\right)$$

$$T_H = T_{FH}\left(1+0.48\left(\frac{x_H}{K_H}\right)^{2.82}\right)$$

T_{FL}, T_{FH}: 自由流旅行時間[hour]
K_L, K_H: 交通容量[台/hour]

- ここでは以下の設定を採用
  - 一般道路の自由流旅行時間は18分：$T_{FL} = 0.3\ \mathrm{hour}$
  - 高速道路の自由流旅行時間は9分：$T_{FH} = 0.15\ \mathrm{hour}$
  - 各道路の交通容量は5,000台/hour：$K_L = K_H = 5{,}000$台/hour
  - 総交通量は10,000台/hour：$\bar{Q} = 10{,}000$台/hour

現況と最適料金

- 現況の高速道路料金と交通量：$p_H = 450$円, $x_H = 5{,}000$台
  - $\bar{v}_H$は現況交通量を再現するように定まる：$\bar{v}_H = 0.014$ hour
    ($\bar{v}_H = 0$だと$x_H = 4{,}914$台になる)
- 現況から料金を最適な水準に変更することを試みる
  - 社会的総費用（通勤者の移動時間の機会費用）を最小化

$$\min_{p^H} W(p_H) = \boxed{\int_0^{\alpha^*} \alpha T_L f(\alpha)\,d\alpha} + \boxed{\int_{\alpha^*}^{\infty} \alpha(T_H - \bar{v}_H) f(\alpha)\,d\alpha}$$

一般道路利用者の費やす時間の価値
T_L: 一般道路旅行時間

高速道路利用者の費やす時間の価値
T_H: 高速道路旅行時間

<u>時間価値αが高い人の移動時間は高く評価する</u>

> ➢ 最適な高速道路料金と交通量：$p_H = 370$円, $x_H = 5{,}278$台

通勤者の時間価値の分布は不明

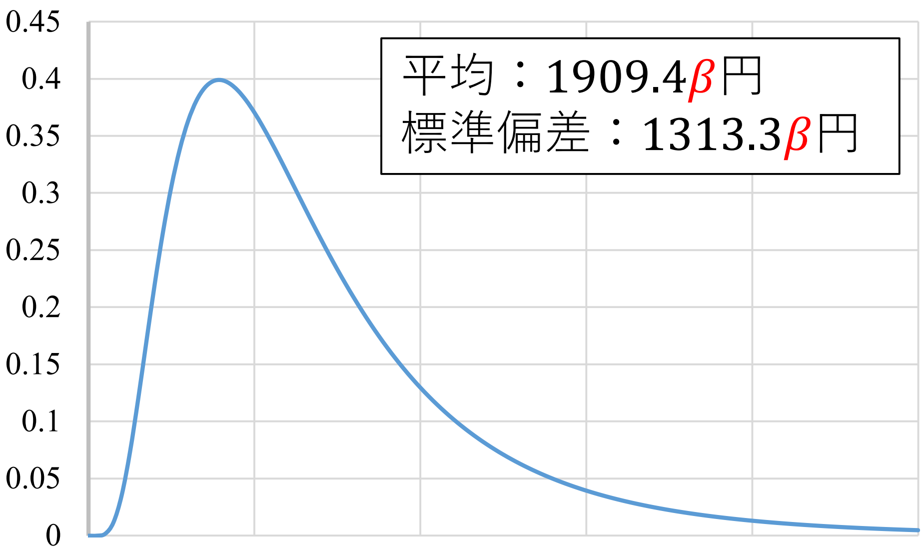
- 時間価値αは労働者の時間給と完全一致するわけではない
  - 地域差があり，時間給の20%から100%の範囲にある (Brownstone and Small, 2005)
  - ➢ 本当の時間価値の分布は不明

- 時間価値の分布が異なると：
  - 料金変更に対する交通量の反応が異なる
  - 最適な料金水準も異なる

➢ 時間価値の分布がわからなければ最適な料金は決められない

時間価値と時間給の関係

- 時間価値αは労働者の時間給と完全一致するわけではない
- α = (時間給) × βと表せると仮定する ($0 \leq \beta \leq 1$は未知の定数)
- βを変えても$\bar{v}_H$を適切に調整すれば現況交通量は再現可能
  - 現況交通量からはβの水準は推量できない



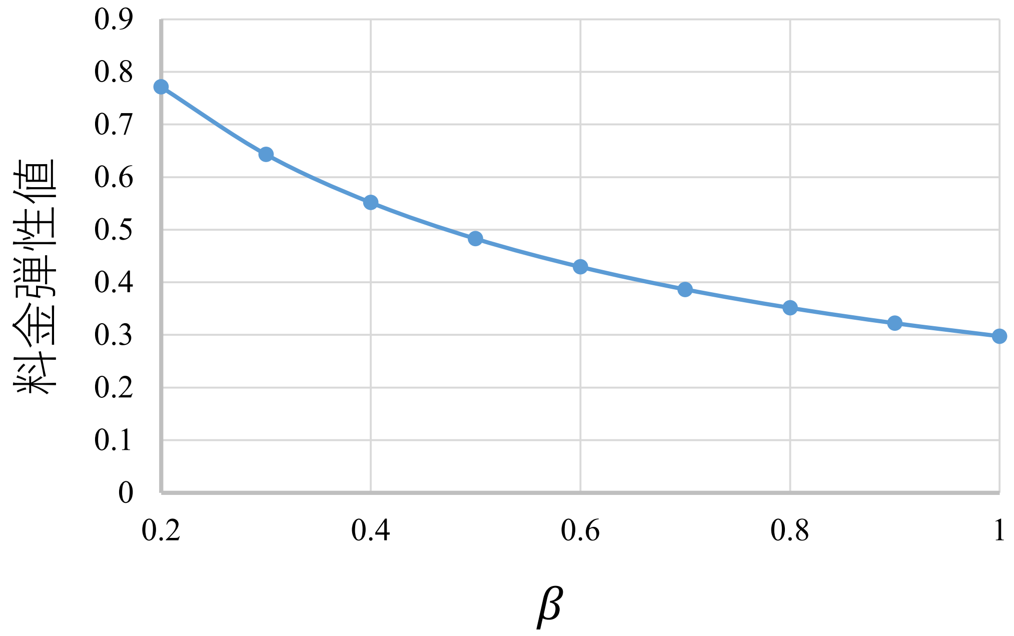
時間価値α

時間給が対数正規分布に従うとき
時間価値も対数正規分布に従う

$$\alpha \sim \mathrm{Lognormal}\left(\ln\left(1909.4\beta\right) - \frac{0.622^2}{2}, 0.622^2 \right)$$

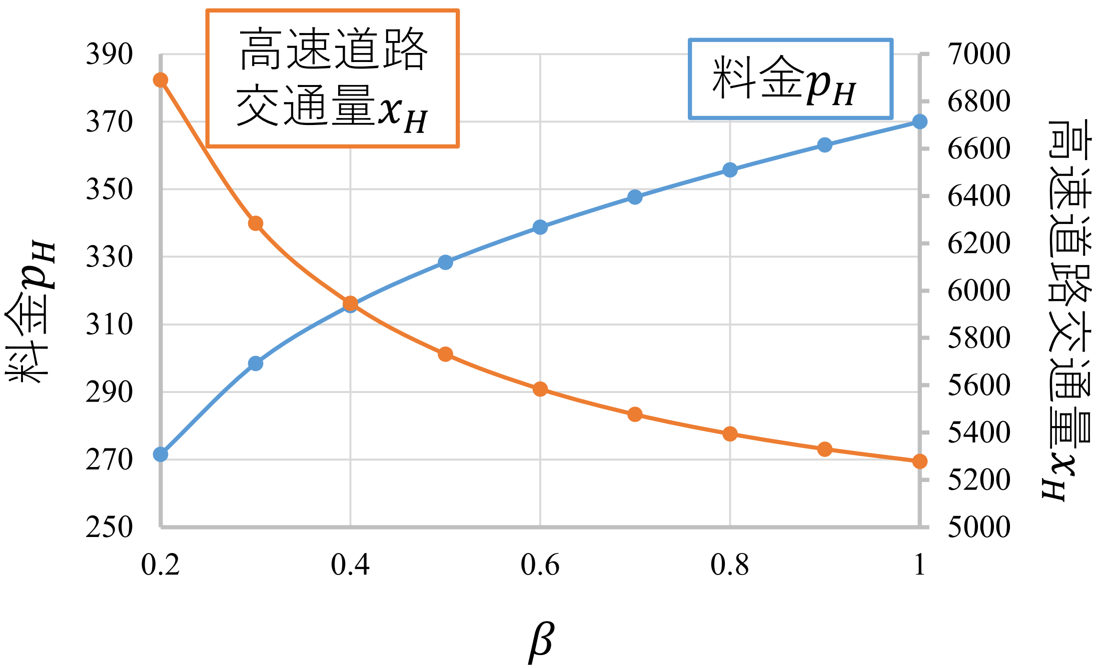
時間価値の分布と料金弾性値

- 時間価値α = (時間給) $\times \beta$
- 料金弾性値（高速道路料金を1%値下げすると高速道路交通量が何%増えるか）はβが小さいほど高い



時間価値の分布と最適料金

- 時間価値$\alpha = ($時間給$) \times \beta$
- 最適料金p_Hはβが大きいほど高い
  - ➢ 時間価値αの高い人のために高速道路の混雑を抑えるため



➢ βの値がわからないと最適な料金もわからない…

需要の学習を考慮した料金設定

- ■ 同種の問題に一般的な企業も直面している
- ➢ 利益を最大化する製品価格は未知の需要関数に依存
(需要関数：価格と需要の関係を表す関数)

- ■ 企業は「様々な価格の下で製品を販売し，需要が価格に対してどのように反応するのか」を学習する（価格実験）
- ➢ 学習を基にして最終的な最適価格を設定
- ➢ 不確実性下の最適化問題が適用可能
(Harrison et al. 2012, den Boer and Zwart 2014)

価格実験の前提

- パラメータβには事前分布が存在する
  - 0.2以上1以下の一様分布とする
  - 学習を通じて分布をベイズ更新する
- 料金の改定には一定の期間が必要
  - 四半期ごとに改定可能
- 交通量には変動がある
  - 観測される高速道路の平均交通量x_H^{obs}は平均$x_H(\beta, p_H)$, 標準偏差$0.01 x_H(\beta, p_H)$の対数正規分布に従う
  - $x_H(\beta, p_H)$は均衡モデルから計算される交通量

価格実験の最適化問題

- 社会的総費用の割引現在価値の期待値を最小化

$$\min \mathrm{E}\left[\sum_{t=0}^{\infty}\left(\frac{1}{1+\rho}\right)^{t} W\left(\beta, p_{H,t}\right)\right]$$

$$p_{H,t} = h\left(g_t(\cdot)\right)$$

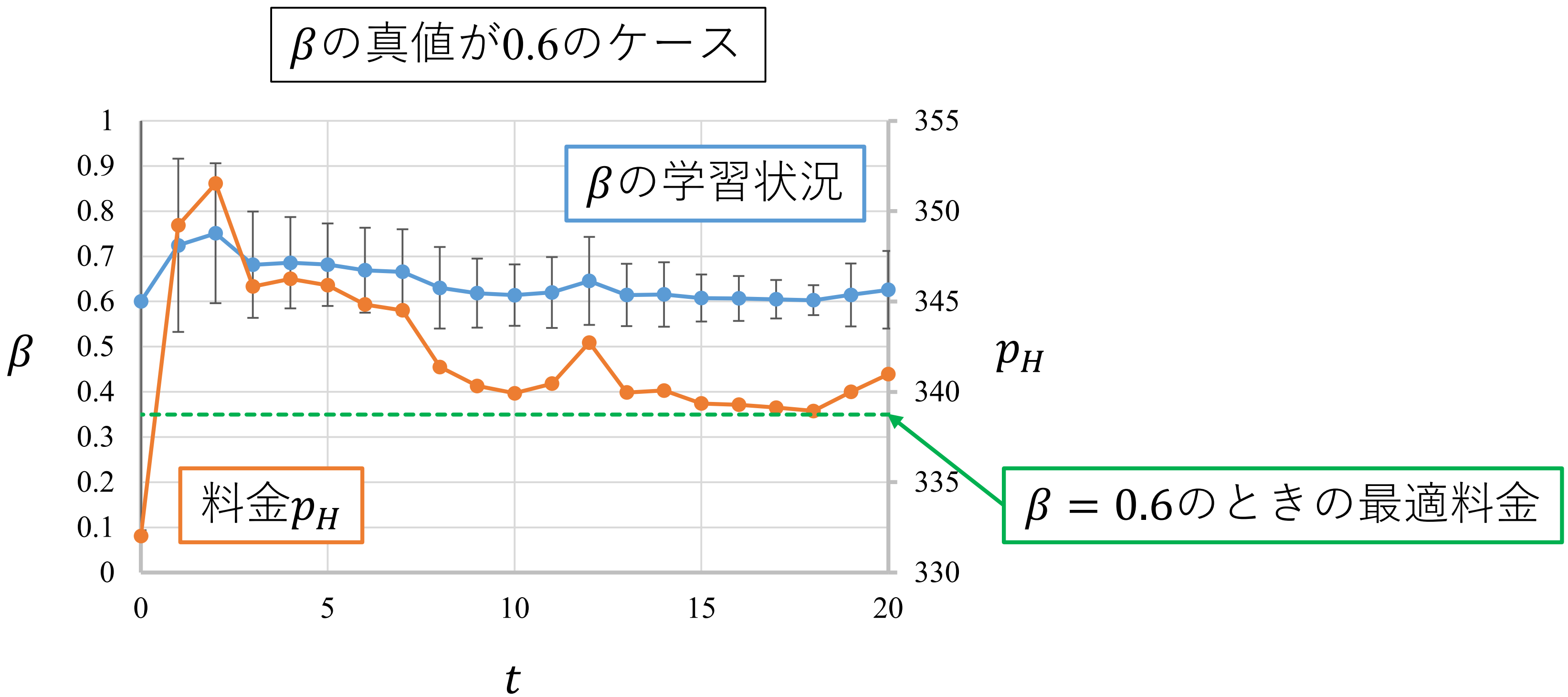
t: 時点の番号（1時点 = 1四半期）
ρ: 社会的割引率（年間4%）
$p_{H,t}$: 時点tの高速道路料金
$W(\beta, p_{H,t})$: 時点tの社会的総費用

- 時点tの最適料金$p_{H,t}$はβの学習状況に依存する
  - 時点tの学習状況がAであれば$p_{H,t}$をXに設定し，Bであれば Y に設定し，…

- 最適料金$p_{H,t}$を時点tにおけるβの事前分布$g_t(\cdot)$の関数$h\left(g_t(\cdot)\right)$として表し，この関数hを最適化

最適解の性質

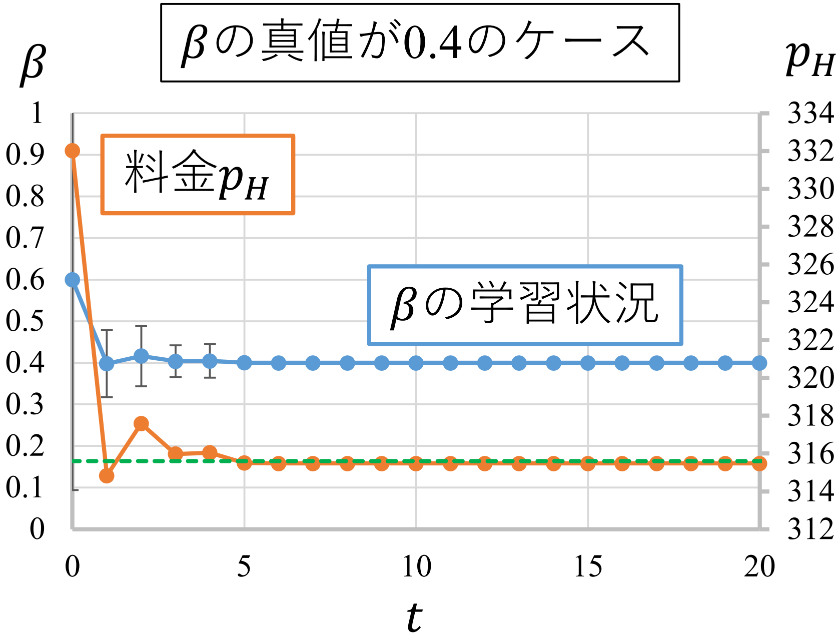
■ $p_{H,t}$ はβの学習状況に依存して変動する

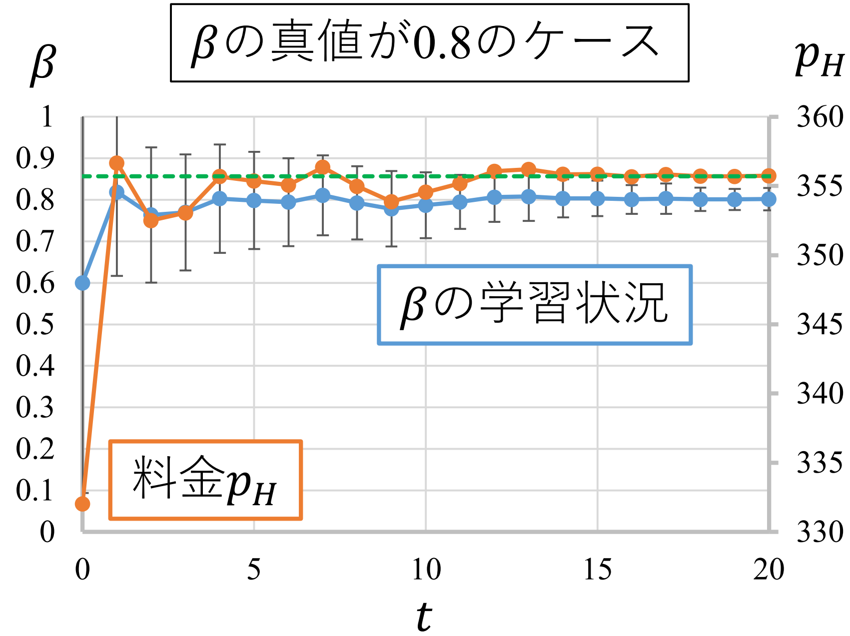


➢ 学習の進展に伴いβの真値の下での最適料金に収束

最適解の性質

- $p_{H,t}$ はβの学習状況に依存して変動する





➢ 制約が無い限り，学習状況に応じて大胆に料金を改訂する

高速道路の料金設定

- 料金変更に対する交通量の反応の未知性を前提として料金を設定し，交通量の反応を学習しながら徐々に最適な料金に近付けていく

- より複雑なケースも最適化問題として表現可能
  - 料金を一度下げると値上げが難しくなる状況
  - 高速道路の走行快適性も人により異なる状況
  - 他の交通機関との代替性がある状況

- より複雑なケースの分析手法を研究中

本日の講演の内容

■ 不確実性下の最適化問題の土木計画への応用例

① 高速道路の料金設定

- 料金変更に対する交通量の反応の不確実性

② 気候変動下の治水施設整備

- 温暖化の進行速度の不確実性

気候変動下の堤防嵩上げ計画

- ■ 地球温暖化の進行に伴い，豪雨の発生頻度が増加

<参考>降雨量変化倍率をもとに算出した、流量変化倍率と洪水発生頻度の変化

気候変動シナリオ	降雨量	流量	洪水発生頻度
RCP2.6（2℃上昇相当）	約1．1倍	約1．2倍	約2倍
RCP8.5（4℃上昇相当）	（約1．3倍）	（約1．4倍）	（約4倍）

※ 降雨量変化倍率は、20世紀末（過去実験）に対する21世紀末（将来実験）時点の、一級水系の治水計画の目標とする規模（1/100～1/200）の降雨量の変化倍率の平均値
※ RCP8.5（4℃上昇相当）時の降雨量変化倍率は、産業革命以前に比べて全球平均温度が4℃上昇した世界をシミュレーションしたd4PDFデータを活用して試算
※ 流量変化倍率は、降雨量変化倍率を乗じた降雨より算出した、一級水系の治水計画の目標とする規模（1/100～1/200）の流量の変化倍率の平均値
※ 洪水発生頻度の変化倍率は、一級水系の治水計画の目標とする規模（1/100～1/200）の降雨の、現在と将来の発生頻度の変化倍率の平均値
（例えば、ある降雨量の発生頻度が現在は1/100として、将来ではその発生頻度が1/50となる場合は、洪水発生頻度の変化倍率は2倍となる）

出典：https://www.data.jma.go.jp/cpdinfo/kikohendo_kondankai/part3/part3_3_2.pdf

> ➢ 将来に確実に4度上昇することがわかっているとしたら
> 今すぐに4度上昇環境に対応した堤防を整備すべきか？

気候変動下の堤防嵩上げ計画

- 将来に確実に4度上昇することがわかっているとしても
  今すぐに4度上昇環境に対応した堤防を整備すべきではない
  - 金利（割引率）が存在するため

- 類似の例：住宅ローン
  - 将来，子供が成長したら広い家が必要
  - 住宅ローンの金利が高い場合には，子供が成長するまで狭い家に住んで貯金しておき，子供が成長してから広い家を購入するという行動を取る人が増える

気候変動下の堤防嵩上げ計画

- Eijgenraam et al. (2017)はオランダの堤防を対象として，気候変動下の堤防嵩上げ計画を最適化する問題を分析している
  - 気候変動の進行速度は確定的であると考えている

- 最適解が有する性質を示している
  - 一定量の嵩上げを周期的に行うことが最適

Eijgenraam et al. (2017)のモデル

- 海水面が年間η[cm]増加
- 破堤確率P_tは年間$\alpha\eta$%増加
- 堤防高さH_tを1cm嵩上げすると破堤確率がα%低下

$$P_t = P_0 \exp[\alpha\eta t]\exp[-\alpha(H_t - H_0)]$$

- 破堤時被害額V_tは年間γ%増加（経済成長のため）
- 堤防高さH_tを1cm嵩上げすると被害額がζ%増加

$$V_t = V_0 \exp[\gamma t]\exp[\zeta(H_t - H_0)]$$

➢ 時点tの期待被害額は$P_t V_t$

Eijgenraam et al. (2017)のモデル

■ 堤防の嵩上げ費用I_tは現状の堤防高さH_tと嵩上げ幅u_tに依存

$$I_t = (c + bu_t)\exp\left[\lambda(H_t + u_t)\right]$$

$$H_{t+1} = H_t + u_t$$

■ 社会的総費用の割引現在価値を最小化

- 社会的総費用＝期待被害額＋堤防の嵩上げ費用
- 破堤の許容確率も最適化の対象となる

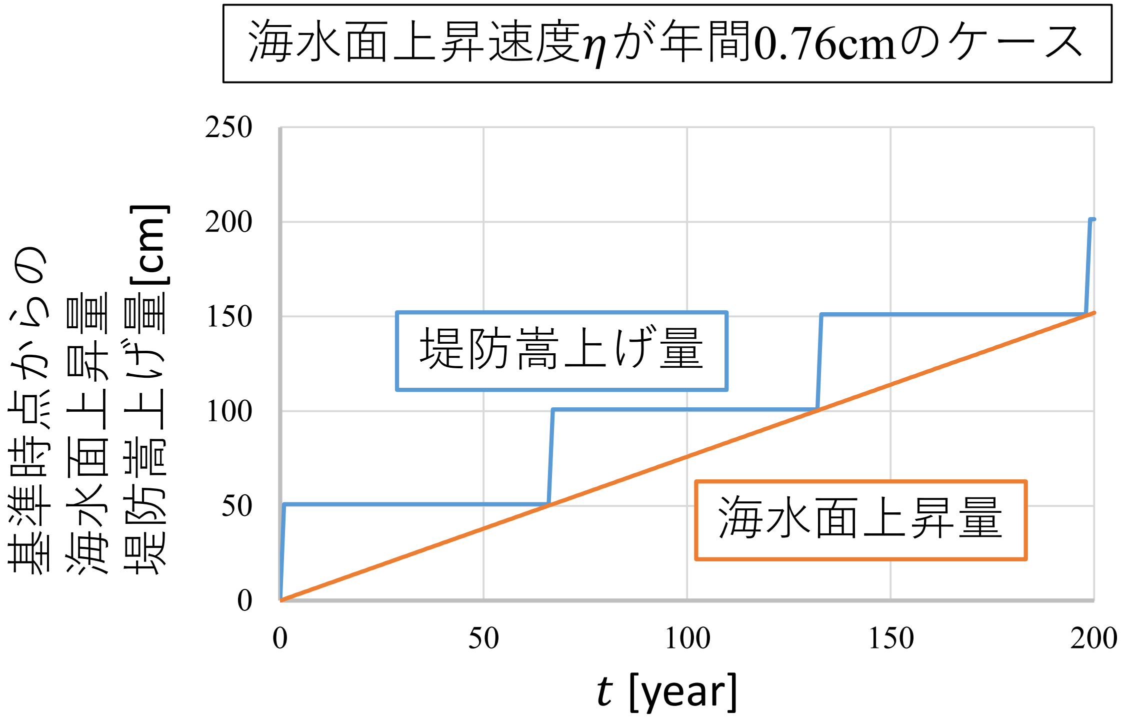
$$\min \sum_{t=0}^{\infty} \left(\frac{1}{1+\rho}\right)^t \left[P_t V_t + I_t\right]$$

$$P_t = P_0 \exp[\alpha\eta t]\exp\left[-\alpha(H_t - H_0)\right]$$

$$V_t = V_0 \exp[\gamma t]\exp\left[\zeta(H_t - H_0)\right]$$

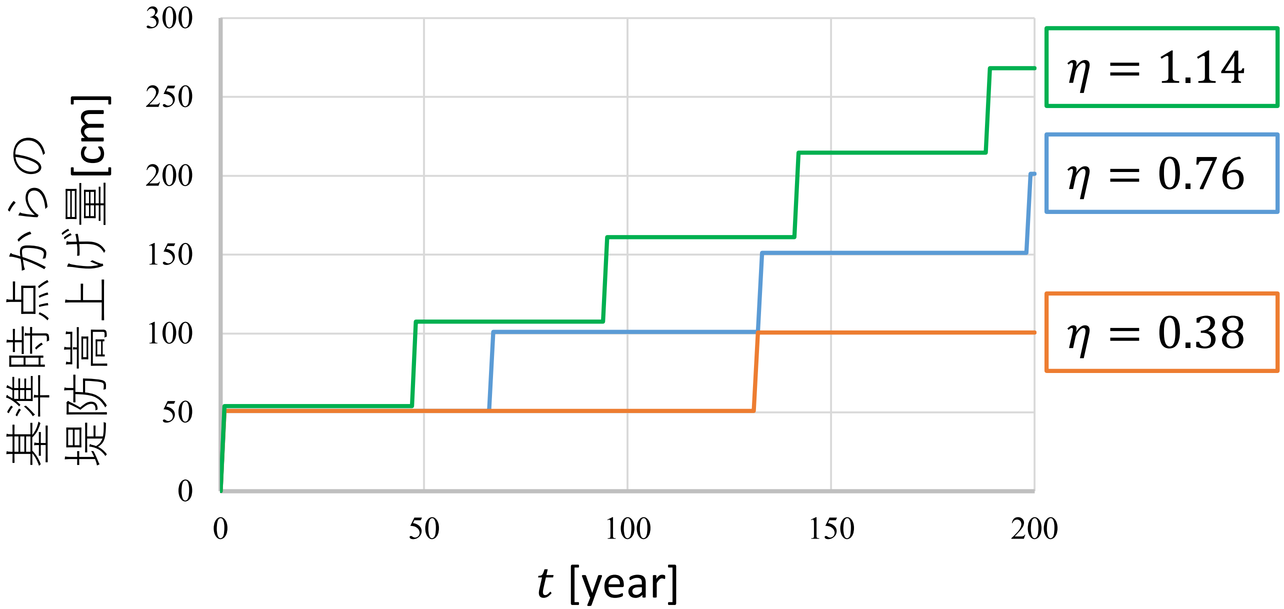
Eijgenraam et al. (2017)のモデル

■ 一定量の嵩上げを周期的に行うことが最適



Eijgenraam et al. (2017)のモデル

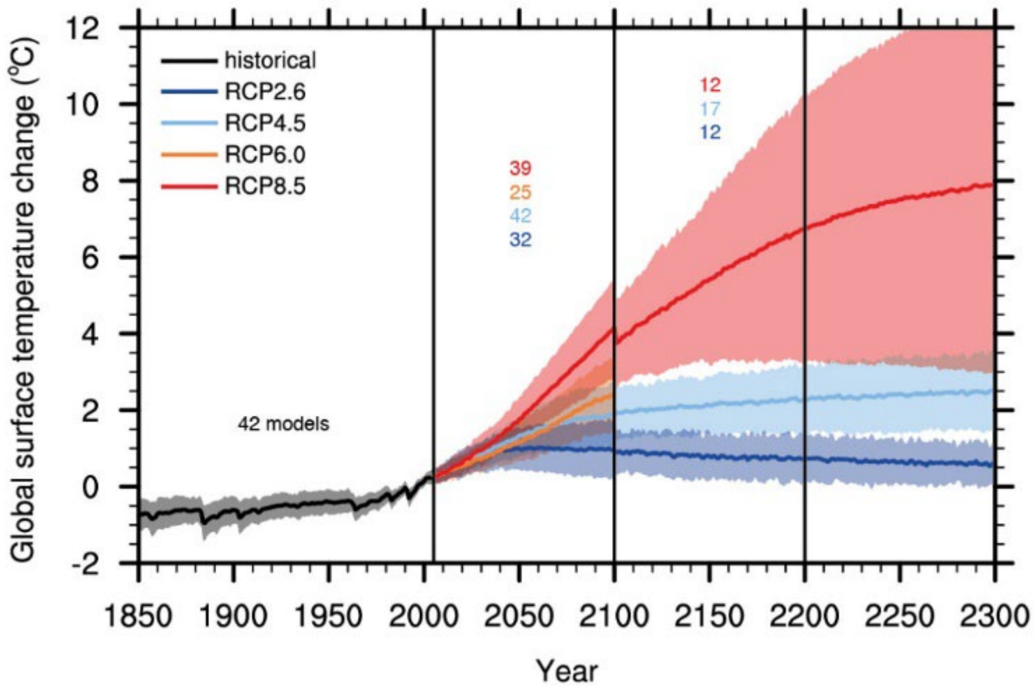
■ 最適な周期や嵩上げ幅は海水面上昇速度η[cm]に依存



➢ ηが高いほど周期は短く嵩上げ幅は高くなる

気候変動の不確実性

■ 気候変動の進行には，多大な不確実性が存在



出典：The IPCC Fifth Assessment Report (2013)

➢ 海水面上昇速度η[cm]の予測は困難

気候変動のモニタリング

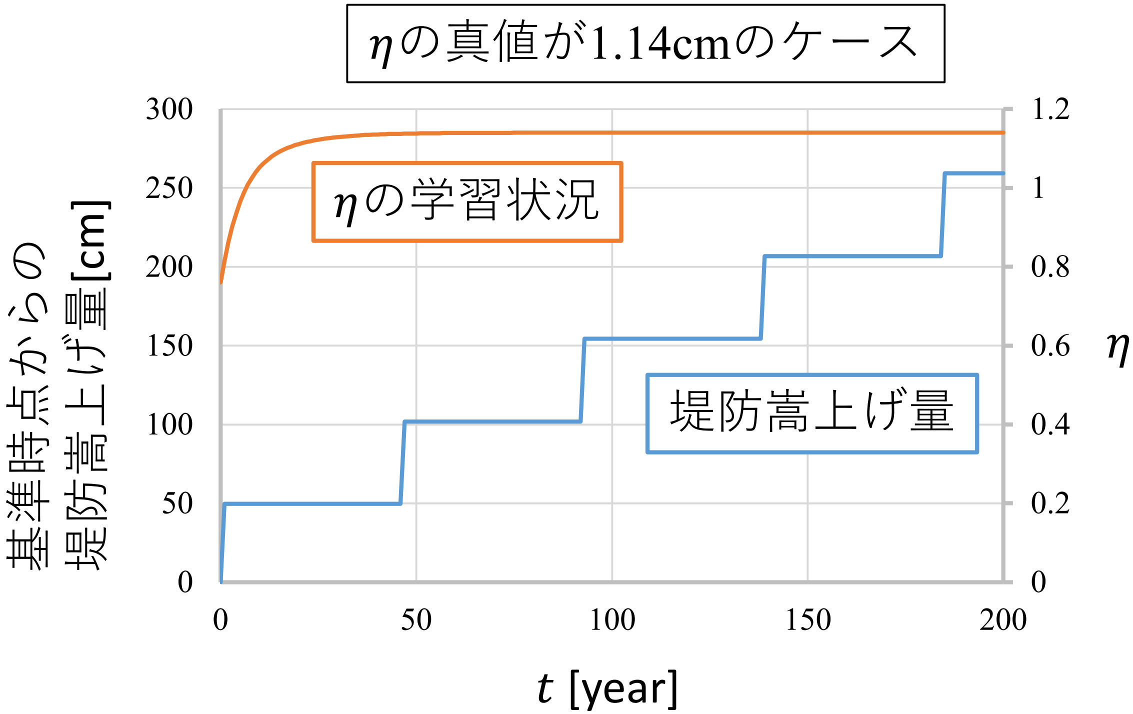
- ■ 気候変動の進行速度の不確実性を前提とした堤防嵩上げ計画
- ➢ 気候変動の進行状況をモニタリングしながら，進行速度について学習し，学習を基にして堤防嵩上げのタイミングと量を調整

- ■ パラメータη[cm/year]に事前分布を設定する
  - 0以上1.52以下の一様分布とする
  - 学習を通じて分布をベイズ更新する

- ■ 観測される海水面の水位にはノイズが乗る
  - ノイズの標準偏差は1.52cm

学習による嵩上げ幅の調整

■ 最適な周期や嵩上げ幅は海水面上昇速度η[cm]に依存



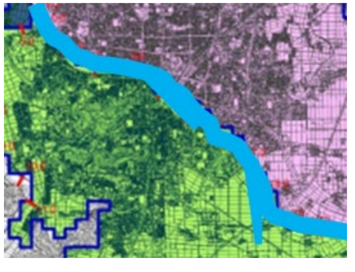
➢ 学習の進展に伴い堤防の嵩上げ量が徐々に増加

日本の河川を対象とした分析

- Eijgenraam et al. (2017)はオランダの堤防を対象としている
  - パラメータはオランダを対象
  - パラメータの設定方法が不明

- 日本の河川を対象とした分析が可能なようにモデルを改良
  - 流出・氾濫解析によりパラメータを設定

- 特定のセクションの堤防の嵩上げ問題を考える



左右両岸を同じ量嵩上げする

被害額の期待値の評価方法

Step 1

異なるピーク流量を有する複数のハイドログラフを設定し，各ハイドログラフの下で流出・氾濫シミュレーションを実施

- ピーク流量と水位の関係を求める
- ピーク流量と被害額の関係を求める

Step 2

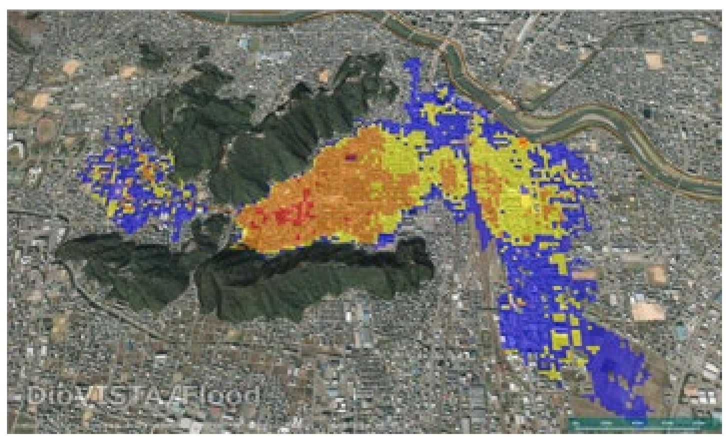
気温上昇量sとピーク流量の確率分布の関係を求める

Step 3

堤防高さh，気温上昇量sと期待被害額の関係を求める

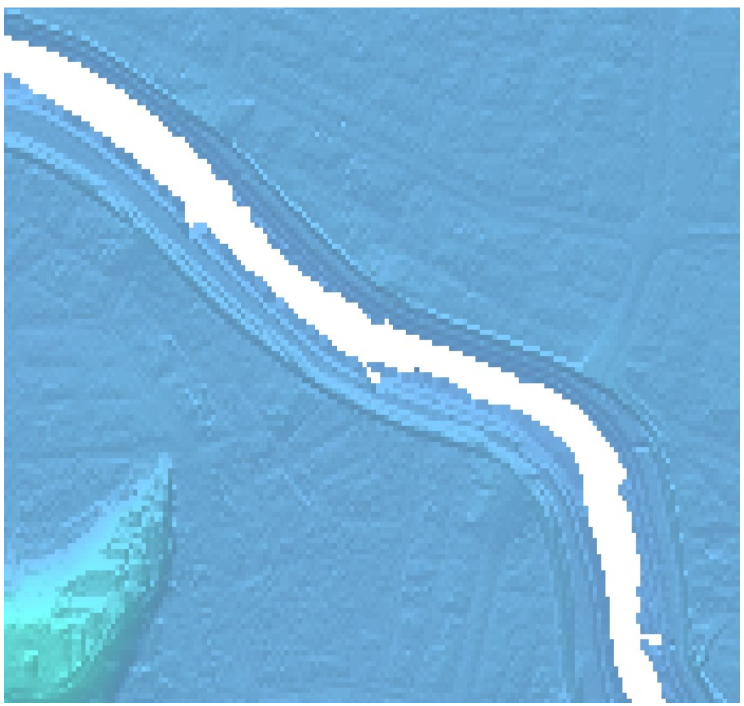
流出・氾濫シミュレーションの実施

- 商用の水害シミュレータDioVISTAを使用
  - 精度の高い2次元不定流モデルを採用
  - 河川の横断面（堤防の高さを含む），ハイドログラフ,
    破堤候補地点などを自由に設定可能
  - メッシュレベルの最大浸水深を求められる



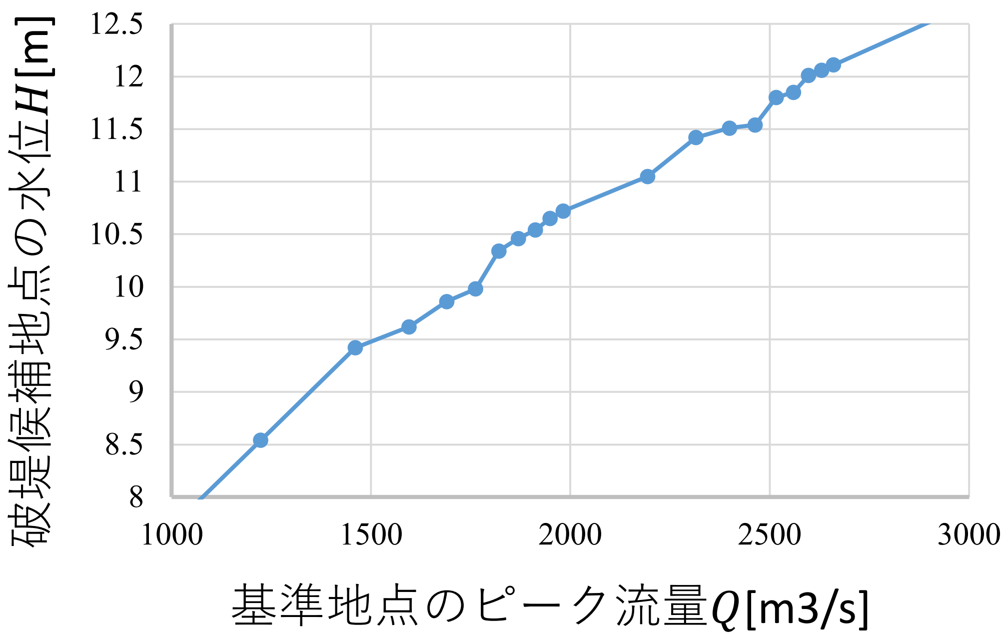
河川の横断面の設定

- 国土地理院が公開する基盤地図情報・数値標高モデルを使用
  - 5mメッシュレベルで標高を測定



Step 1：ピーク流量と水位の関係

- 堤防の高さを無限大だと仮定して流出解析を実施
- ピーク流量と破堤候補地点の水位（標高）の関係を得る



Step 1：ピーク流量と被害額の関係

国土交通省の治水経済調査マニュアルに基づいて被害額を算出する

250mメッシュ毎に9種類の被害額を合算

①家屋被害

②家庭用品被害

③事業所償却・在庫資産被害

④農漁家償却・在庫資産被害

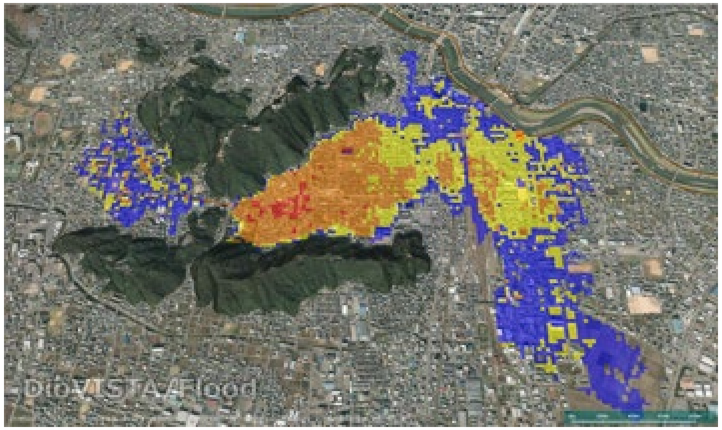
⑤農作物被害

⑥公共土木施設等被害

⑦営業停止損失

⑧家庭における応急対策費用

⑨事業所における応急対策費用

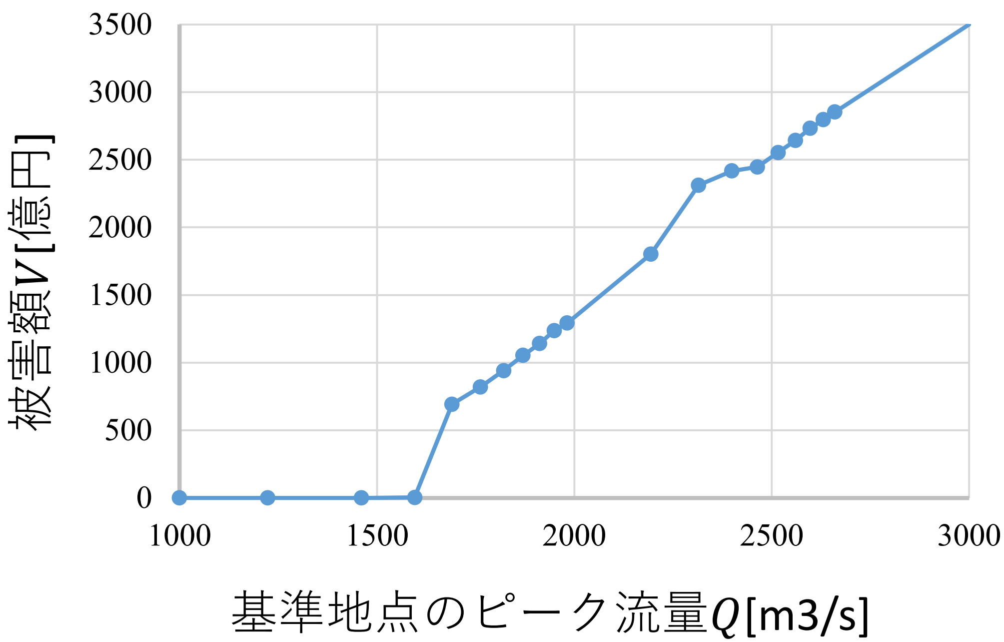


Diovistaはメッシュレベルの
最大浸水深を計算可能

国土交通省　治水経済調査マニュアル（2020）
https://www.mlit.go.jp/river/basic_info/seisaku_hyouka/gaiyou/hyouka/r204/chisui.pdf

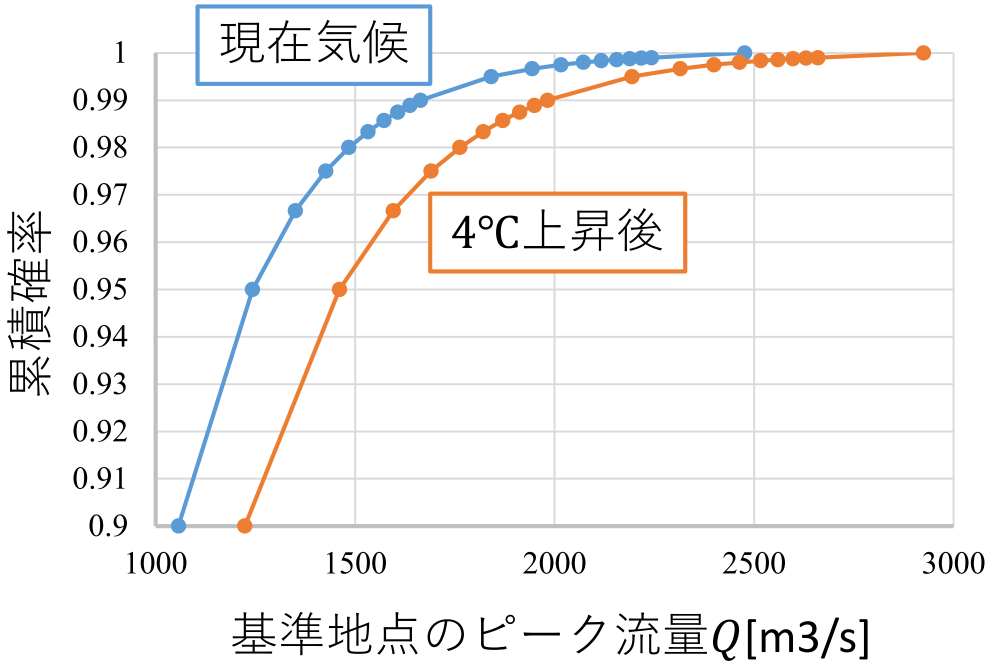
Step 1：ピーク流量と被害額の関係

- 堤防を現在時点の高さに設定して流出・氾濫解析を実施
  - 破堤候補地点で越水が起きると破堤する
  - 破堤候補地点以外では破堤は起きない
- ピーク流量と被害額の関係を得る



Step 2：気温上昇量sとピーク流量の確率分布

- d4PDFの降雨データを利用した流出解析により，現在気候と4℃上昇後の環境における基準地点のピーク流量の累積分布を評価



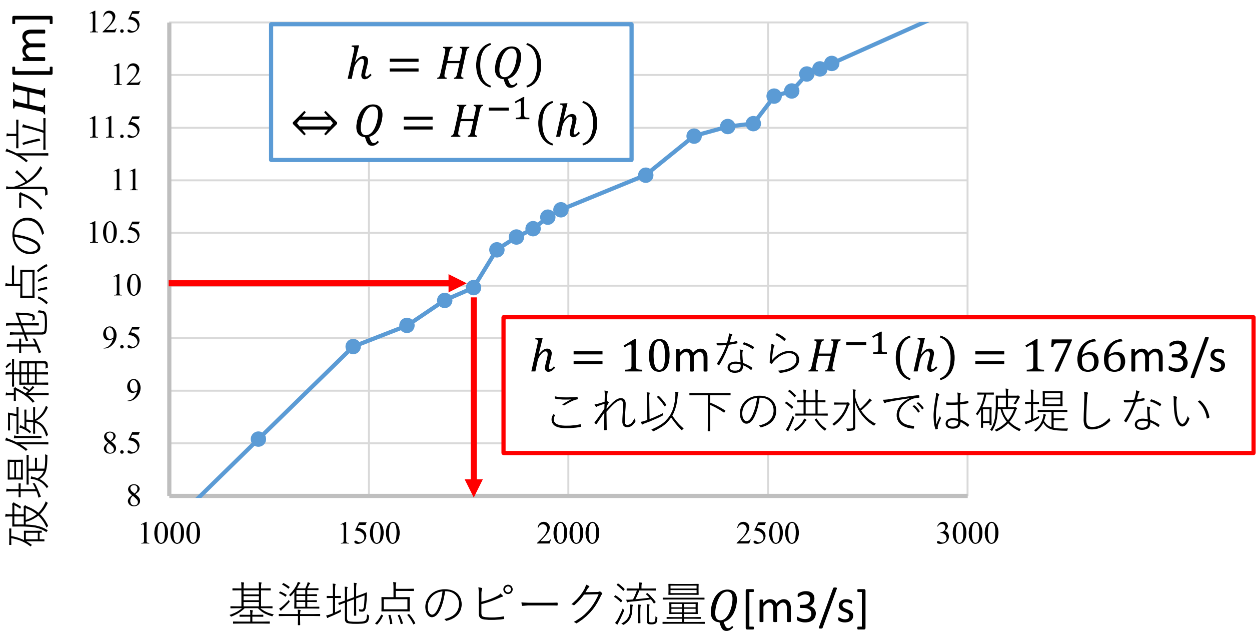
- 0℃, 4℃上昇以外の環境の累積分布は両者の補間により得る

Step 3：堤防高さhと気温上昇量sの下での期待被害額

■ 以上の関数から堤防高さh（標高）と気温上昇量sの下での年間期待被害額を求める関数$EV(h,s)$を定義可能

$$EV(h,s)=\int_{H^{-1}(h)}^{\infty} V(Q)p(Q|s)dQ$$

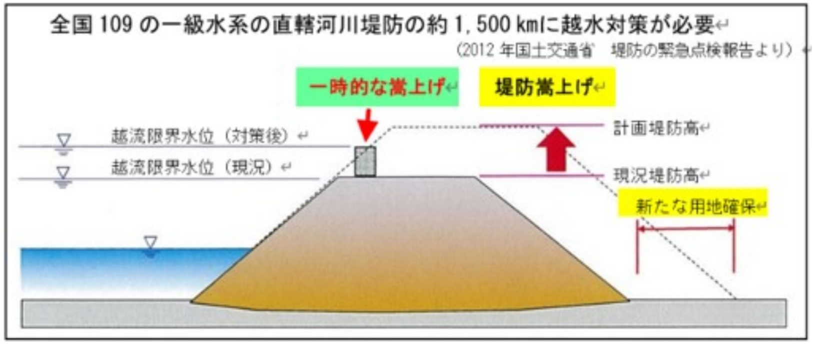
$V(Q)$: 流量Qの破堤時の被害額
$p(Q|s)$: sの下での流量Qの密度関数



堤防の嵩上げ費用

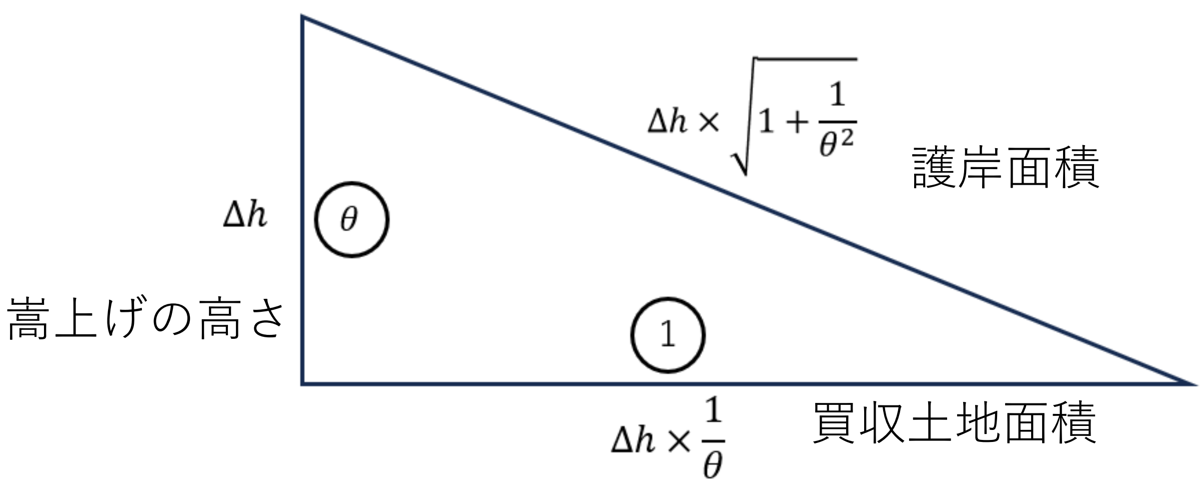
堤防嵩上げ費用を算出するモデル

工事費＋土地代＋調査設計費で求める



2012年国土交通省　堤防の緊急点検報告より

工事費：（護岸面積）×（護岸面積1㎡あたりの工事費用）
土地買収費用：（買収土地面積）×（地価/㎡）＋（買収床面積）×（資産価値/㎡）
調査設計費：（堤防の長さ）×（1mあたりの調査設計・道路の作り替え費）



堤防の嵩上げ費用

堤防嵩上げ費用を算出するモデル

$$I(\Delta h) = 2l\Delta h \cdot \left[\alpha\sqrt{1+\frac{1}{\theta^2}} + \frac{1}{\theta}(\beta + \gamma\delta)\right] + 2l\varepsilon \cdot \mathrm{if}(\Delta h > 0)$$

堤防の嵩上げは両岸同時に行うため、2を掛けている

- l: 堤防の 嵩上げを行う区間の長さ[m]
- α: 護岸面積1㎡あたりの工事費用（3万円）
- θ: 堤防の勾配（1/3）
- β: 堤防沿いの土地1㎡あたりの地価
- γ: 堤防沿いの土地1㎡当たりの延床面積（㎡）
- δ: 都道府県別家屋1㎡あたりの評価額
- ε: 区間1mあたりの堤防の調査設計費や道路の作り替え費（片側）

sが不変の場合の最適化問題

- 気温上昇量sが不変と仮定すると最適な嵩上げ幅Δh[m]は定数として求まる

$$\min_{\Delta h} \frac{1}{\rho} EV(h_0 + \Delta h, s) + I(\Delta h)$$

h_0: 現状の堤防高さ (標高) [m]
ρ: 社会的割引率 (4%)

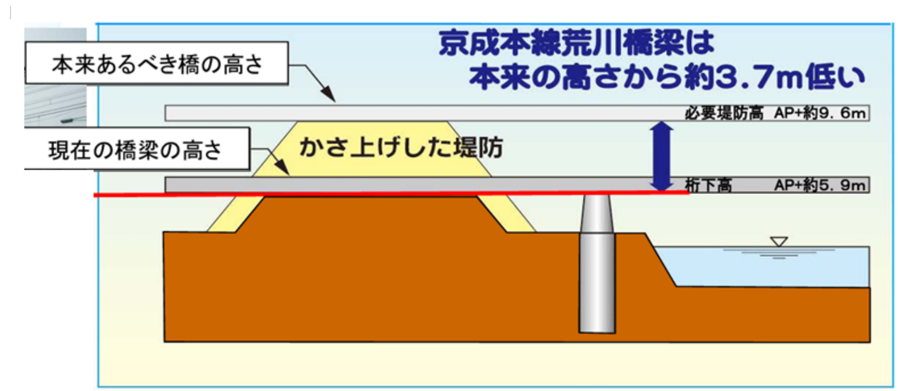
- 対象のセクションの場合
  - 現状の堤防高さ$h_0 = 9.82$m
  - $s = 0$のときの最適堤防高さ$h_0 + \Delta h^* = 11.05$m
  - $s = 4$のときの最適堤防高さ$h_0 + \Delta h^* = 12.30$m
  - ➢ 現状でも不十分な高さ

橋梁の架け替え費

- 橋梁の架け替え費は最適な堤防の高さには影響を与えない
- 堤防の嵩上げタイミングには影響を与える
  - 堤防の嵩上げが喫緊でない状況：橋梁が耐用年数を迎えるタイミングで同時に嵩上げを実施
  - 堤防の嵩上げが喫緊の状況：橋梁が耐用年数を迎える前に嵩上げを実施し，橋梁も架け替える

PC橋の平均値：
撤去費単価120.66千円/㎡
新設費単価485.85千円/㎡
仮設費110.64千円/㎡

出典：国土技術政策総合研究所　橋梁の架替に関する調査結果
https://www.nilim.go.jp/lab/bcg/siryou/tnn/tnn0444pdf/ks044405a.pdf



国土交通省　荒川下流 特定構造物改築事業より
https://www.ktr.mlit.go.jp/ktr_content/content/000634954.pdf

橋梁の架け替え費

- 橋梁の架け替え費は最適な堤防の高さには影響を与えない
- 堤防の嵩上げタイミングには影響を与える

- 対象のセクションの場合
  - 現状の堤防高さ$h_0 = 9.82\mathrm{m}$
  - $s = 0$のとき：
    - 最適堤防高さ$h_0 + \Delta h^* = 11.05\mathrm{m}$
    - 橋梁が耐用年数を迎えるタイミングで嵩上げすべき
  - $s = 4$のとき：
    - 最適堤防高さ$h_0 + \Delta h^* = 12.30\mathrm{m}$
    - 直ちに嵩上げし，橋梁も架け替えるべき

sが変動する環境の最適嵩上げ計画

- sが変動する環境における最適嵩上げ計画の性質：
  - 嵩上げを周期的に行う
  - 最適な嵩上げ幅は温暖化の進行速度の学習状況に依存
  - 橋梁の耐用年数を迎えるタイミングで嵩上げを行う（基本）
  - ただし，温暖化が想定（の期待値）よりも急速に進行した場合には，前倒しで嵩上げと橋梁架け替えを行う

- 以上の性質を有する最適計画を求める手法を研究中

治水施設整備のリアルオプション分析

■ 治水施設の整備計画には，将来の気温変化と降雨量の増加の不確実性を考慮した分析枠組みが必要

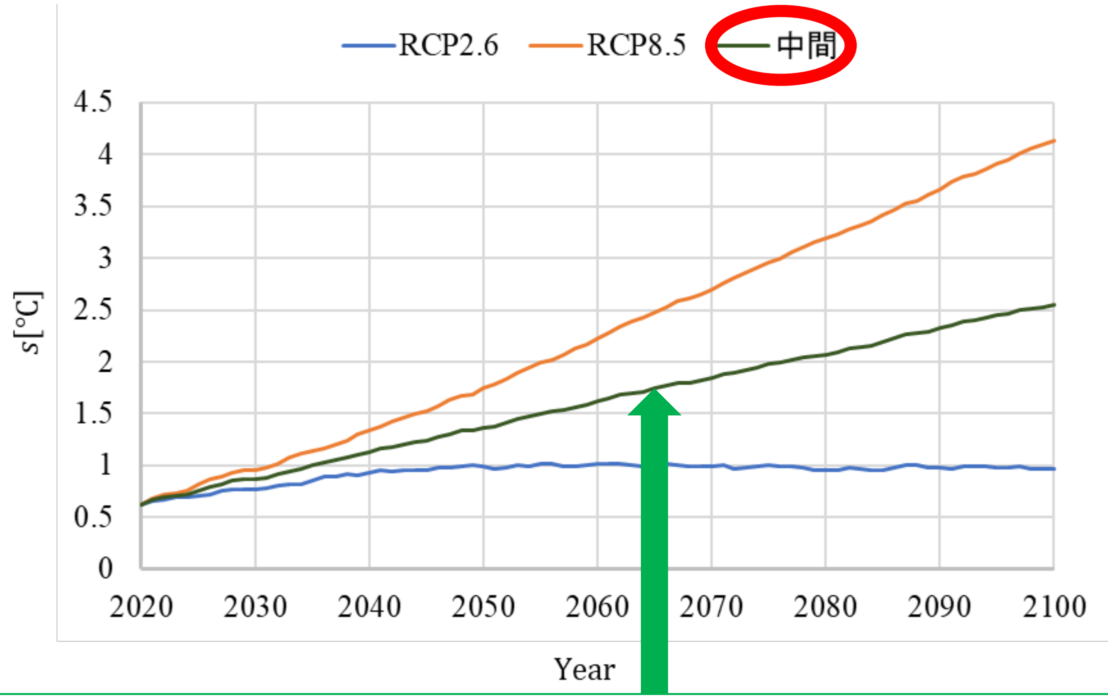
➢ 気候変動の不確実性を考慮したうえで，治水施設に対する予算配分を動学的に最適化する問題を提案

- リアルオプション分析の理論を応用
- 遺伝的アルゴリズムを利用した解法の提案

➢ 提案した手法の実河川への適用と有効性の確認

シナリオを決め打ちすれば良い？

■ 適当なシナリオを決めて最適整備時期を出せば？



中間シナリオを想定するとダムは**2065**年に建設開始するのが最適

それなら**2065**年にダム建設を開始する計画を作成すれば良い**…**とは言えない

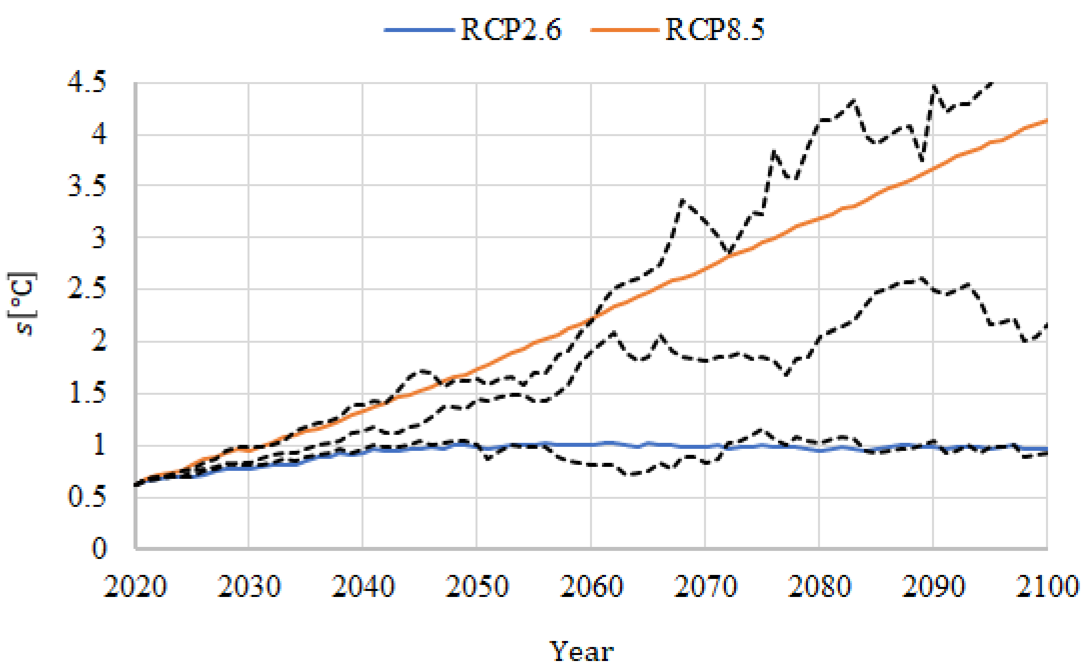
- もし**RCP2.6**シナリオが実現したらダム建設は無駄に
- もし**RCP8.5**シナリオが実現したらこの時期の建設開始は遅過ぎ

気温変化のシナリオ

■ ドリフト付きランダムウォークモデルを採用

$$\ln s_t = \ln s_{t-1} + \mu_t + \sigma_t \varepsilon_t$$

■ IPCCの報告書のデータからパラメータ (μ_t, σ_t) $(1 \leq t \leq T)$ を同定



赤線：RCP8.5平均シナリオ

青線：RCP2.6平均シナリオ

➢ これらのシナリオ間が予測の90%信頼区間と仮定

気温変化と降雨量の関係のモデル

- 気温変化s_tの増加は降雨量の期待値m_t・標準偏差η_tを増加

$$m_t = (1 + 0.05 s_t) m_{\text{base}}$$

$$\eta_t = (1 + 0.05 s_t) \eta_{\text{base}}$$

$m_{\text{base}}, \eta_{\text{base}}$：気温上昇ゼロ時点の期待値・標準偏差

➢ 気候変動の進行に伴い豪雨の発生確率が増加

予算と整備の進捗の関係

- 現在時点では未整備の治水施設がN_I件存在
- 整備主体は年間予算$\bar{Y}$（定数）を治水施設に配分
- 整備費に応じて整備が進捗
- 完成すると治水効果が発揮される

$$\sum_{i=1}^{N_I} y_{ti} \leq \bar{Y}$$

$\boxed{y_{ti}：t\text{年に施設}i\text{に配分される整備費}}$

- 優先して整備すべき治水施設の組み合わせを考える
  - 組み合わせ最適化問題

目的関数の設定

- 本研究では社会的費用の割引現在価値の総和の期待値を採用

$$V_0 = \mathrm{E}_0\left[\sum_{t=0}^{T+\bar{T}} \beta^t C_t\right]$$

$\beta = \frac{1}{1+\rho}$：割引因子（社会的割引率ρに対応）

C_t：t年の社会的費用（施設整備費＋水害被害額）

T：気温変化を考える最終時点（$T = 80$で2100年）

$\bar{T}$：目的関数の過小評価を避けるための追加期間（$\bar{T} = 100$）

追加期間中は気温変化は生じない：$s_t = s_T, t \geq \bar{T}$

➢シナリオに応じた年別・施設別の整備費y_{ti}を最適化

遺伝的アルゴリズムによる求解

- 求解には実数型遺伝的アルゴリズムを利用
- 最適化対象の変数：各施設iの気温上昇閾値$\tilde{s}_i$
  - 気温上昇が$s_t \geq \tilde{s}_i$なら施設iは整備候補になる
  - $\tilde{s}_i$の低い施設に優先して整備費が配分される

- 気候変動・各年の降雨量のシナリオを10万通り作る
- 各シナリオ下の目的関数値の平均値を最適化

➢ どんなシナリオにも対応可能な頑健な計画を求める

現実の河川への適用

- 国内のX川流域の治水施設整備への予算配分
- 年間予算50億円

未整備の治水施設

治水施設i	$f_i(x_i)$ 関数形	c_i [億円]	$\bar{y}_i$ [億円]	効果を及ぼす破堤地点j
ダム	I_1	300	25	1-9
遊水地A	I_1	100	25	1-9
遊水地B	I_1	40	25	1-9
区間1掘削	I_2	20	25	1
区間2-3掘削	I_2	60	25	2, 3
区間4掘削	I_2	60	25	4
区間5掘削	I_2	20	25	5
区間6掘削	I_2	50	25	6
区間7掘削	I_2	20	25	7
区間8掘削	I_2	200	25	8
区間9掘削	I_2	90	25	9

最悪規模の洪水が生じたときの破堤地点別被害

破堤地点j	被害額[億円]
1	4,100
2	22,000
3	26,000
4	15,000
5	7,300
6	13,000
7	5,700
8	3,000
9	6,300

求解結果

- $\tilde{s}_i^*$：気温上昇が何度になったら施設iの整備を始めるか

治水施設i	$\tilde{s}_i^*$
ダム	3.53
遊水地A	3.05
遊水地B	0.88
区間1掘削	0.30
区間2-3掘削	0.43
区間4掘削	0.98
区間5掘削	0.41
区間6掘削	0.31
区間7掘削	0.64
区間8掘削	5.51
区間9掘削	1.23

11件の事業を今後一切行わない場合：

$V_0 = 2246.1$[億円]

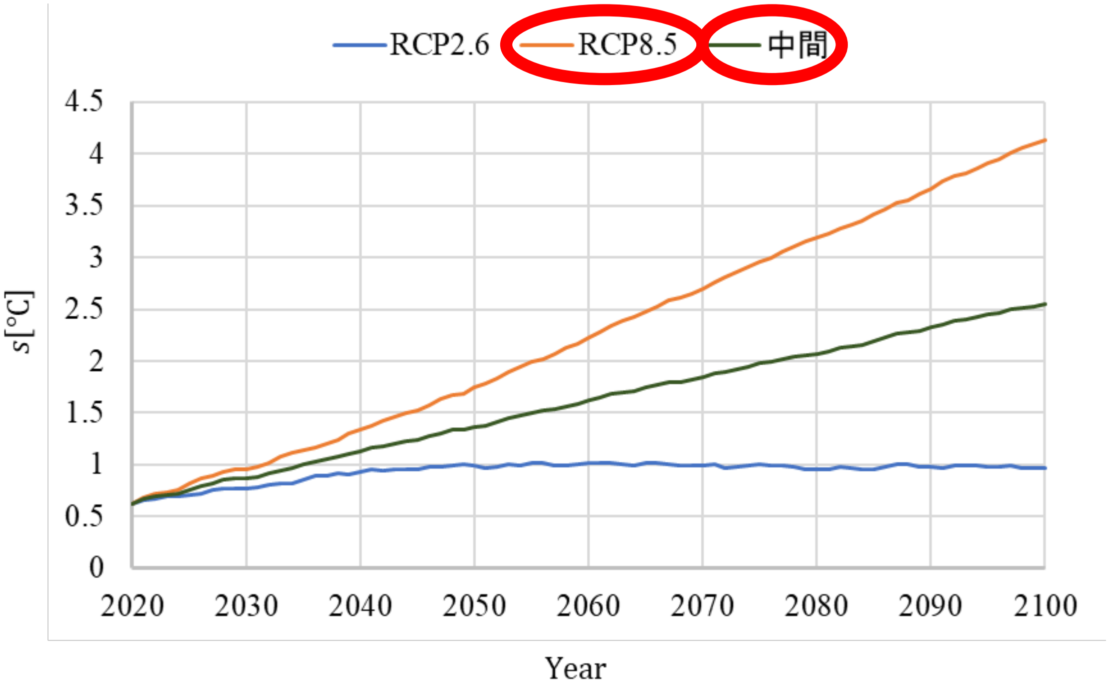
505.3億円の社会的純便益

学習させた最適政策を採用する場合：

$V_0 = 1740.8$[億円]

状況依存的な最適整備時期

- 治水施設の最適整備時期は状況（気温変化）に依存
  - ➢ シナリオを与えれば最適整備時期が確定する



➢ 具体例として二本のシナリオを考えてみる

状況依存的な最適整備時期

中間シナリオの場合

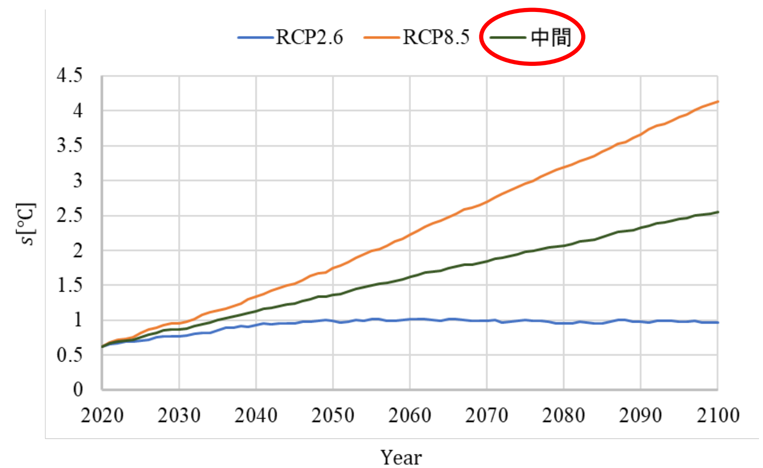
RCP8.5シナリオの場合

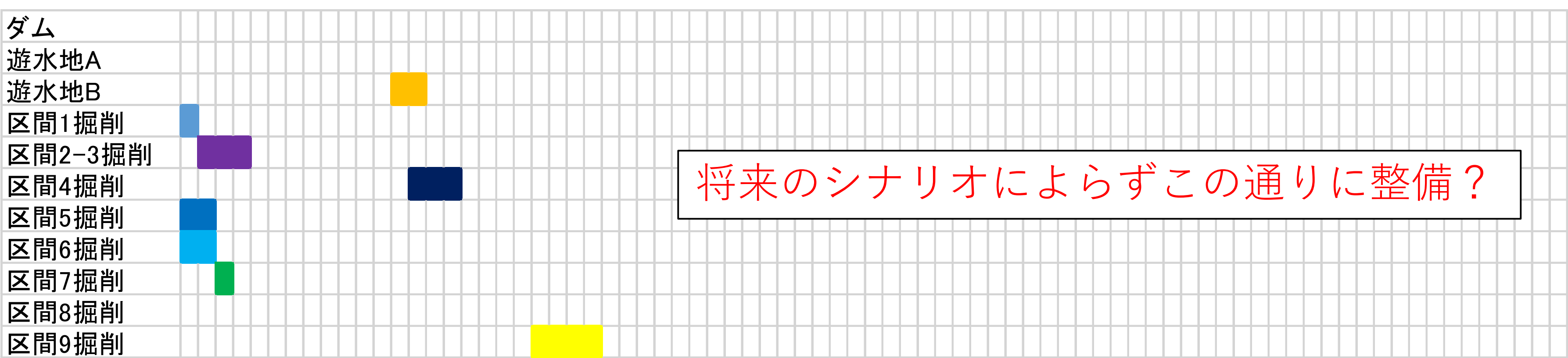
分析の結果得られる情報

- 直ちに整備を開始すべき施設
- その他の施設については，**将来の気温変化のモニタリング状況に応じた最適な整備時期**

決め打ちで作る計画との比較

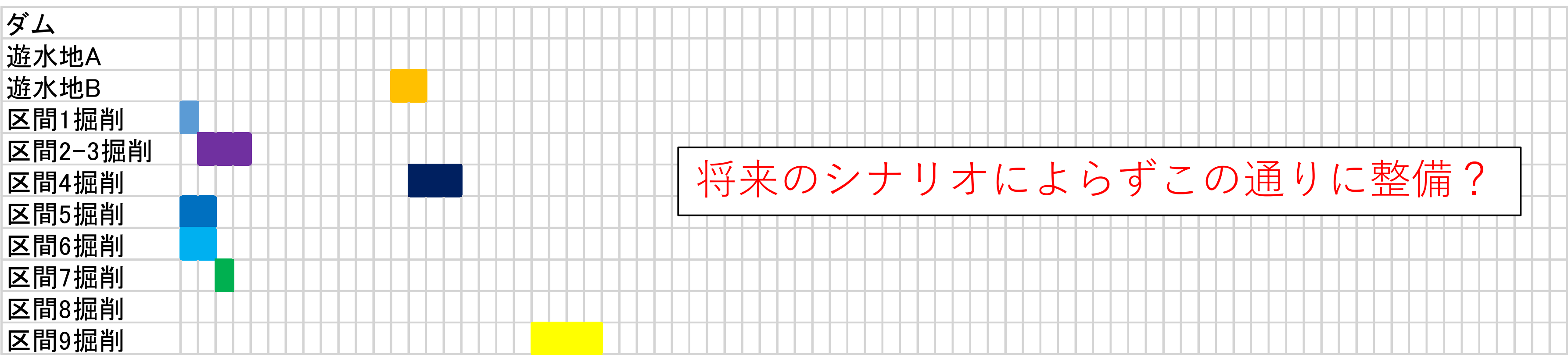
- 必ず中間シナリオが実現すると仮定すれば，治水施設ごとに「何年に整備を開始すべきか」を確定的に指定できるが…





決め打ちで作る計画との比較

- 必ず中間シナリオが実現すると仮定すれば，治水施設ごとに「何年に整備を開始すべきか」を確定的に指定できるが…



状況依存的な最適政策を採用する場合：

$$V_0 = 1740.8[\text{億円}]$$

決め打ち最適政策を採用する場合：

$$V_0 = 1773.4[\text{億円}]$$

不確実性下の意思決定

- 不確実性の強い環境においては，将来に実行する施策を事前にFixすることは望ましくない

- 望ましい計画は：
  - 状況のモニタリングと学習に基づいて，施策を適応的に調整する余地を残しておく
  - どのように調整を行うべきかを考えておく

- 不確実性下の最適化問題は計画の検討に有用

参考文献

- Verhoef, E. T. and Small, K. A. (2004) Product differentiation on roads: Constrained congestion pricing with heterogeneous users, Journal of Transport Economics and Policy, Vol. 38, No. 1, pp. 127–156.
- Brownstone, D. and Small, K. A. (2005) Valuing time and reliability: assessing the evidence from road pricing demonstrations, Transportation Research Part A, Vol. 39, pp. 279–293.
- Harrison, J. M., Keskin, N. B., Zeevi, A. (2012) Bayesian dynamic pricing policies: Learning and earning under a binary prior distribution, Management Science, Vol. 58, No. 3, pp. 570–586.
- den Boer, A. V. and Zwart, B. (2014) Simultaneously learning and optimizing using controlled variance pricing, Management Science, Vol. 60, No. 3, pp. 770–783.
- Eijgenraam, C., Brekelmans, R. den Hertog, D. and Roos, K. (2017) Optimal strategies for flood prevention, Management Science, Vol. 63, No. 5, pp. 1644–1656.