

都市域における高精度な洪水氾濫モデルの開発

Development of High-Resolution Inundation Model in Urbanized Areas

中山 恵 介 小林 健 一 郎
Keisuke Nakayama Kenichiro Kobayashi

1. はじめに

これまでの洪水氾濫計算では、最小でも 50 m 程度以上のメッシュが利用されてきたが、並列コンピュータ等の利用により 5 m メッシュ以下での再現計算が可能となってきた。実際に、神戸大学都市安全研究センターの小林准教授は、京コンピュータを利用した世界最速の洪水氾濫モデル (DRR/FI モデル) を開発し、これまでにない詳細な解析を可能とした。しかし、メッシュサイズが小さくなることにより再現精度は向上する一方で、モデルの基礎方程式が長波方程式であることからその適用限界を超えている可能性があり、高精度に洪水氾濫領域を再現できているか不明である。そこで本研究では、申請者が有する世界最高精度の流れモデルである強非線形強分散波動方程式による洪水氾濫計算結果を厳密解とし、DRR/FI モデルの再現性を検証し、必要に応じて精度向上のための改良を行い、高精度な洪水氾濫計算を実施できるようにすることを目的とする。

2. 手法

小林ら (2017)¹⁾ により、洪水氾濫初期における強非線形現象と非静水圧効果の重要性が示されている。しかし、実際の時間スケールにおける氾濫の様子については十分な考察が行われていない。そこで本研究では、Nakayama ら (2010)²⁾ により開発された強非線形強分散内部波方程式³⁾ (Fully-nonlinear and strongly-Dispersive Internal wave equations in a two-layer system : FDI-2LS 方程式) による解を厳密解とし、一般的に用いられる長波方程式による解の適用性について検討した。長波方程式を解く手法の代表例として、Kobayashi ら (2015)⁴⁾ による DRR/FI モデルを用いることとした。まず、厳密解を得るための FDI-2LS 方程式について述べる (図-1)。Luke (1967) に⁵⁾ 従い、速度ポテンシャルを利用して第 1 変分が連続式および運動学的条件を満たす汎関数を利用する⁶⁾。本研究では水面波を対象とするため、上層を空気、下層を水と定義する。

$$F_i[\phi_i, \eta_{i,j}] = \int_{t_0}^{t_1} \iint_A \int_{\eta_{i,0}}^{\eta_{i,1}} \left\{ \frac{\partial \phi_i}{\partial t} + \frac{1}{2} (\nabla \phi_i)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \phi_i}{\partial z} \right)^2 + gz + \frac{p_{i-1} + P_i}{\rho_i} \right\} dz dA dt \quad (1)$$

ここで、 ϕ_i : i 層における速度ポテンシャル、 g : 重力加速度、 ρ_i : i 層における密度、 p_i : i 層の底面における圧力、 P_i : i 層における静水圧成分。ただし、 P_i は全ての静水圧成分ではなく、与えた座標系により変化する成分である。

速度ポテンシャルを鉛直座標を基準としてべき乗の関数で定義すると、Euler-Lagrange 方程式が得られる。

$$\phi_i(x, z, t) = \sum_{\alpha=0}^{N-1} Z_{i,\alpha} \{z, h_i(x)\} f_{i,\alpha}(x, t) \quad (2)$$

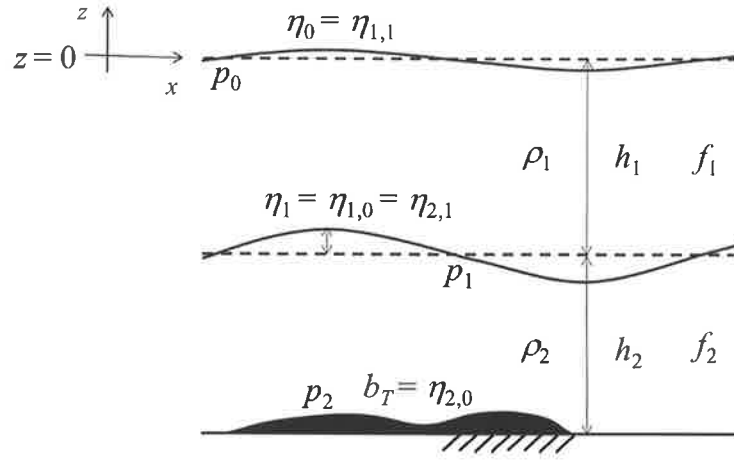


図-1 FDI-2LSにおける変数。上層は空気、下層は水とする。

$$Z_{i,\alpha}^{\eta_{i,j}} \frac{\partial \eta_{i,j}}{\partial t} - Z_{i,\alpha}^{\eta_{i,0}} \frac{\partial \eta_{i,0}}{\partial t} + \nabla \left(\int_{\eta_{i,0}}^{\eta_{i,j}} Z_{i,\alpha} Z_{i,\beta} dz \nabla f_{i,\beta} \right) - \int_{\eta_{i,0}}^{\eta_{i,j}} \frac{\partial Z_{i,\alpha}}{\partial z} \frac{\partial Z_{i,\beta}}{\partial z} dz f_{i,\beta} = 0 \quad (3)$$

$$Z_{i,\beta}^{\eta_{i,j}} \frac{\partial f_{i,\beta}}{\partial t} + \frac{1}{2} Z_{i,\beta}^{\eta_{i,j}} Z_{i,\gamma}^{\eta_{i,j}} \nabla f_{i,\beta} \nabla f_{i,\gamma} + \frac{1}{2} \frac{\partial Z_{i,\beta}^{\eta_{i,j}}}{\partial z} \frac{\partial Z_{i,\gamma}^{\eta_{i,j}}}{\partial z} f_{i,\beta} f_{i,\gamma} + g \eta_{i,j} + \frac{p_{i-j} + P_i}{\rho_i} = 0 \quad (4)$$

ここで、 $Z_{i,\alpha}$: i 層における α による関数である。 j は0または1であり、各層の下部及び上部に対応する。 $Z_{i,\alpha}$ を鉛直座標のべき乗の関数として展開することにより、FDI-2LS方程式が得られる。

$$Z_{i,\alpha} = z^\alpha \quad (5)$$

$$\eta_0^\alpha \frac{\partial \eta_0}{\partial t} - \eta_1^{\alpha a} \frac{\partial \eta_1}{\partial t} + \frac{1}{\alpha + \beta + 1} \nabla \left\{ \left(\eta_0^{\alpha + \beta + 1} - \eta_1^{\alpha + \beta + 1} \right) \nabla f_{1,\beta} \right\} - \frac{\alpha \beta}{\alpha + \beta - 1} \left(\eta_0^{\alpha + \beta - 1} - \eta_1^{\alpha + \beta - 1} \right) f_{1,\beta} = 0 \quad (6)$$

$$\eta_0^\beta \frac{\partial f_{1,\beta}}{\partial t} + \frac{1}{2} \eta_0^{\beta + \gamma} \nabla f_{1,\beta} \nabla f_{1,\gamma} + \frac{\beta \gamma}{2} \eta_0^{\beta + \gamma - 2} f_{1,\beta} f_{1,\gamma} + g \eta_0 + \frac{p_0 + P_1}{\rho_1} = 0 \quad (7)$$

$$\eta_1^\beta \frac{\partial f_{1,\beta}}{\partial t} + \frac{1}{2} \eta_1^{\beta + \gamma} \nabla f_{1,\beta} \nabla f_{1,\gamma} + \frac{\beta \gamma}{2} \eta_1^{\beta + \gamma - 2} f_{1,\beta} f_{1,\gamma} + g \eta_1 + \frac{p_1 + P_1}{\rho_1} = 0 \quad (8)$$

$$\eta_1^a \frac{\partial \eta_1}{\partial t} - b_T^a \frac{\partial b_T}{\partial t} + \frac{1}{\alpha + \beta + 1} \nabla \left\{ \left(\eta_1^{\alpha + \beta + 1} - b_T^{\alpha + \beta + 1} \right) \nabla f_{2,\beta} \right\} - \frac{\alpha \beta}{\alpha + \beta - 1} \left(\eta_1^{\alpha + \beta - 1} - b_T^{\alpha + \beta - 1} \right) f_{2,\beta} = 0 \quad (9)$$

$$\eta_1^\beta \frac{\partial f_{2,\beta}}{\partial t} + \frac{1}{2} \eta_1^{\beta + \gamma} \nabla f_{2,\beta} \nabla f_{2,\gamma} + \frac{\beta \gamma}{2} \eta_1^{\beta + \gamma - 2} f_{2,\beta} f_{2,\gamma} + g \eta_1 + \frac{p_1 + P_2}{\rho_1} = 0 \quad (10)$$

$$b_T^\beta \frac{\partial f_{2,\beta}}{\partial t} + \frac{1}{2} b_T^{\beta + \gamma} \nabla f_{2,\beta} \nabla f_{2,\gamma} + \frac{\beta \gamma}{2} b_T^{\beta + \gamma - 2} f_{2,\beta} f_{2,\gamma} + g b_T + \frac{p_2 + P_2}{\rho_2} = 0 \quad (11)$$

ここで、 b_T : 底面座標である。 α , β , γ は総和規約に従う。

1層目 (空気の層) :

$$\eta_1^{\alpha\alpha} \frac{\partial \eta_1}{\partial t} + \frac{1}{\alpha + \beta + 1} \nabla \left\{ \eta_1^{\alpha + \beta + 1} \nabla f_{1,\beta} \right\} - \frac{\alpha\beta}{\alpha + \beta - 1} \eta_1^{\alpha + \beta - 1} f_{1,\beta} = 0 \quad (12)$$

$$\eta_1^\beta \frac{\partial f_{1,\beta}}{\partial t} + \frac{1}{2} \eta_1^{\beta + \gamma} \nabla f_{1,\beta} \nabla f_{1,\gamma} + \frac{\beta\gamma}{2} \eta_1^{\beta + \gamma - 2} f_{1,\beta} f_{1,\gamma} + g\eta_1 + \frac{p_1}{\rho_1} = 0 \quad (13)$$

2層目（水の層）：

$$\eta_1^\alpha \frac{\partial \eta_1}{\partial t} + \frac{1}{\alpha + \beta + 1} \nabla \left\{ \left(\eta_1^{\alpha + \beta + 1} - b_r^{\alpha + \beta + 1} \right) \nabla f_{2,\beta} \right\} - \frac{\alpha\beta}{\alpha + \beta - 1} \left(\eta_1^{\alpha + \beta - 1} - b_r^{\alpha + \beta - 1} \right) f_{2,\beta} = 0 \quad (14)$$

$$\eta_1^\beta \frac{\partial f_{2,\beta}}{\partial t} + \frac{1}{2} \eta_1^{\beta + \gamma} \nabla f_{2,\beta} \nabla f_{2,\gamma} + \frac{\beta\gamma}{2} \eta_1^{\beta + \gamma - 2} f_{2,\beta} f_{2,\gamma} + g\eta_1 + \frac{p_1}{\rho_1} = 0 \quad (15)$$

Kobayashi ら (2015)⁴⁾ によるモデルは、以下の通りである⁷⁾。

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial M}{\partial x} + \frac{\partial N}{\partial y} = 0 \quad (16)$$

$$\frac{\partial M}{\partial t} + \frac{\partial uM}{\partial x} + \frac{\partial vM}{\partial y} = -gh \frac{\partial H}{\partial x} - gn^2 u \frac{\sqrt{u^2 + v^2}}{h^{1/3}} \quad (17)$$

$$\frac{\partial N}{\partial t} + \frac{\partial uN}{\partial x} + \frac{\partial vN}{\partial y} = -gh \frac{\partial H}{\partial y} - gn^2 v \frac{\sqrt{u^2 + v^2}}{h^{1/3}} \quad (18)$$

ここに、 h は水深、 n はマニング粗度係数、 $M = uh$ 、 $N = vh$ で M 、 N は流量フラックス、 u 、 v はそれぞれ x 方向、 y 方向の流速、 H は水位である。 h 、 M 、 N を千鳥格子状に配置し、時間方向差分には陽的解法の Leap frog 法を用いる。並列化には OpenMP と MPI を用いた。

3. 結果

検討には小林ら (2016) と同様にダムブレイク問題を用いた。ただし、計算領域は 5 倍の広さを持つ 1000.0 m とし、より長期計算における検討を行った。ダムブレイクの初期水深は 0.75m とした。計算メッシュサイズは、FDI-2LS 方程式では 1m、DRR/FI モデルでは 5m、10m、25m の 3 種類を用意した。計算時間間隔は 0.001s とした。小林ら (2016) では 30 秒までの検討しか行われておらず、計算精度に関して DRR/FI モデルが若干の誤差を有することが報告されており、その後、拡大する可能性も指摘されている。そこで本研究では、計算時間を 200 秒まで拡張し、長期にわたる計算誤差に関する検討を行った (図-2、図-3、図-4)。メッシュサイズが 5m における DRR/FI モデルの計算結果は、厳密解である FDI-2LS 方程式と非常によく一致していることが分かる。メッシュサイズ 10m や 25m に注目すると、特に 25m メッシュにおいてフロントでの差が大きくなっていることが分かる。しかし、その差は 50s から 200s まで変化しておらず、常に一定値であることが示された。つまり、長期的な計算における誤差は、初期に生じた後、大きくなることなく維持され続けることが示唆された。

フロント付近における再現性についてより詳細に比較するために、拡大図での比較も行った (図-5、図-6、図-7)。フロントでの再現性を拡大して比較することで、5m、10m、25m メッシュサイズにおけるフロントでの再現誤差は、それぞれのメッシュサイズである 5m、10m、25m と一致していたことが分かった。上記の結果も踏まえて、長期における再現誤差は、メッシュサイズ程度であることが分かった。ただし、本研究で得られた成果は、計算精度の高い DRR/FI モデルを利用した結果であり、他のモデルでも同様な結果を得ることができるかは不明である点に注意いただきたい。

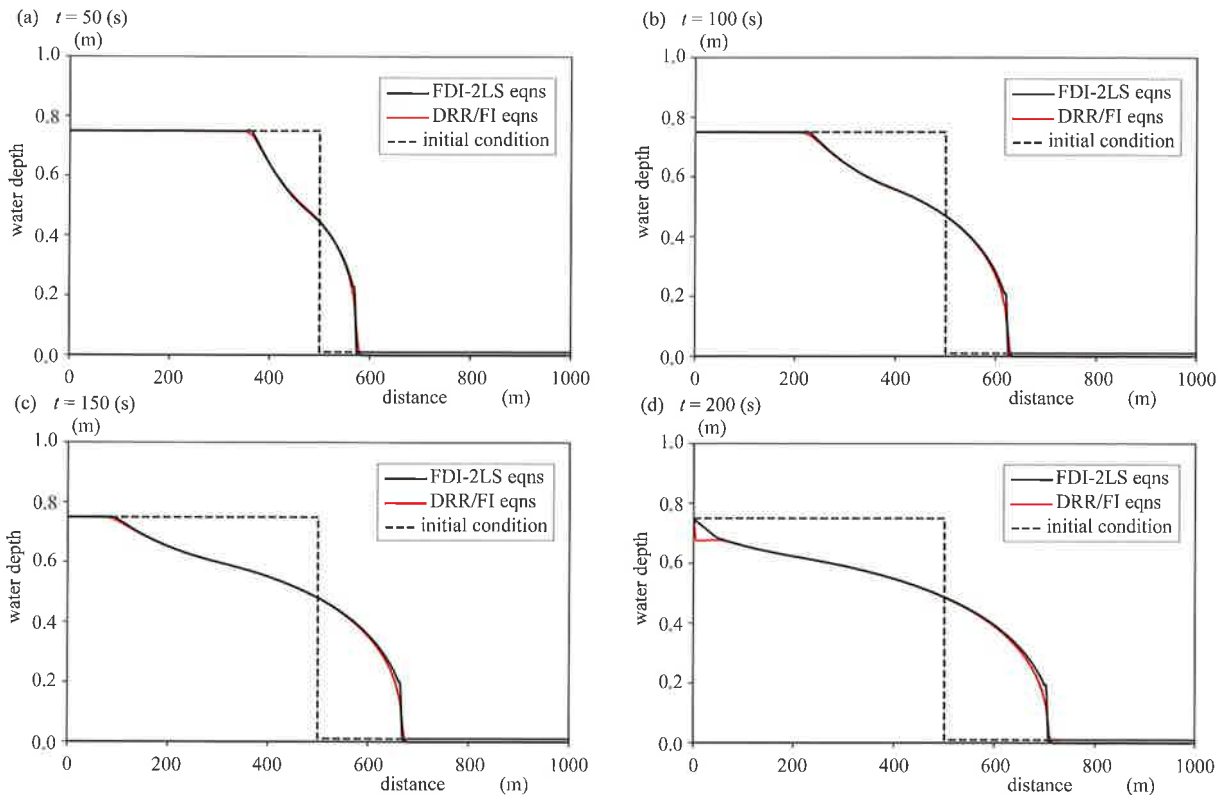


図-2 FDI-2LS 方程式と DRR/FI モデル. DRR/FI モデルにおけるメッシュサイズは 5m.

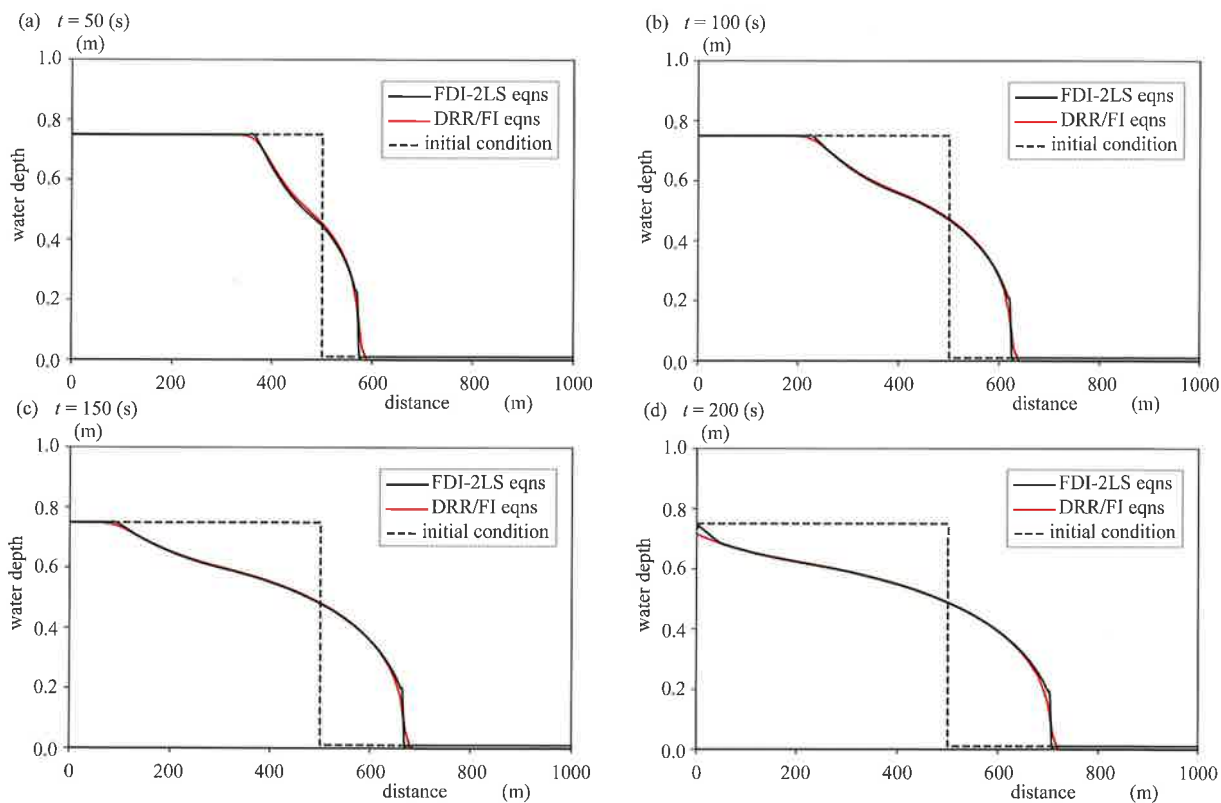


図-3 FDI-2LS 方程式と DRR/FI モデル. DRR/FI モデルにおけるメッシュサイズは 10m.

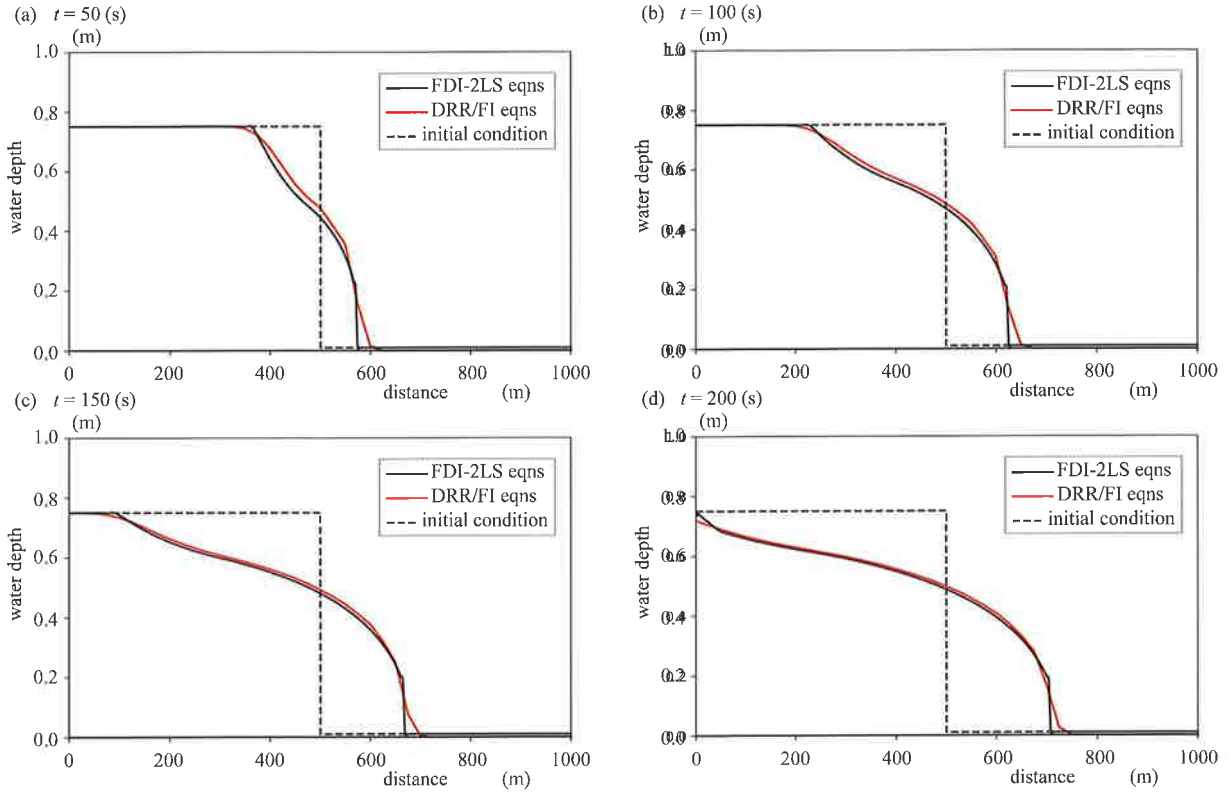


図-4 FDI-2LS 方程式と DRR/FI モデル。DRR/FI モデルにおけるメッシュサイズは 25m。

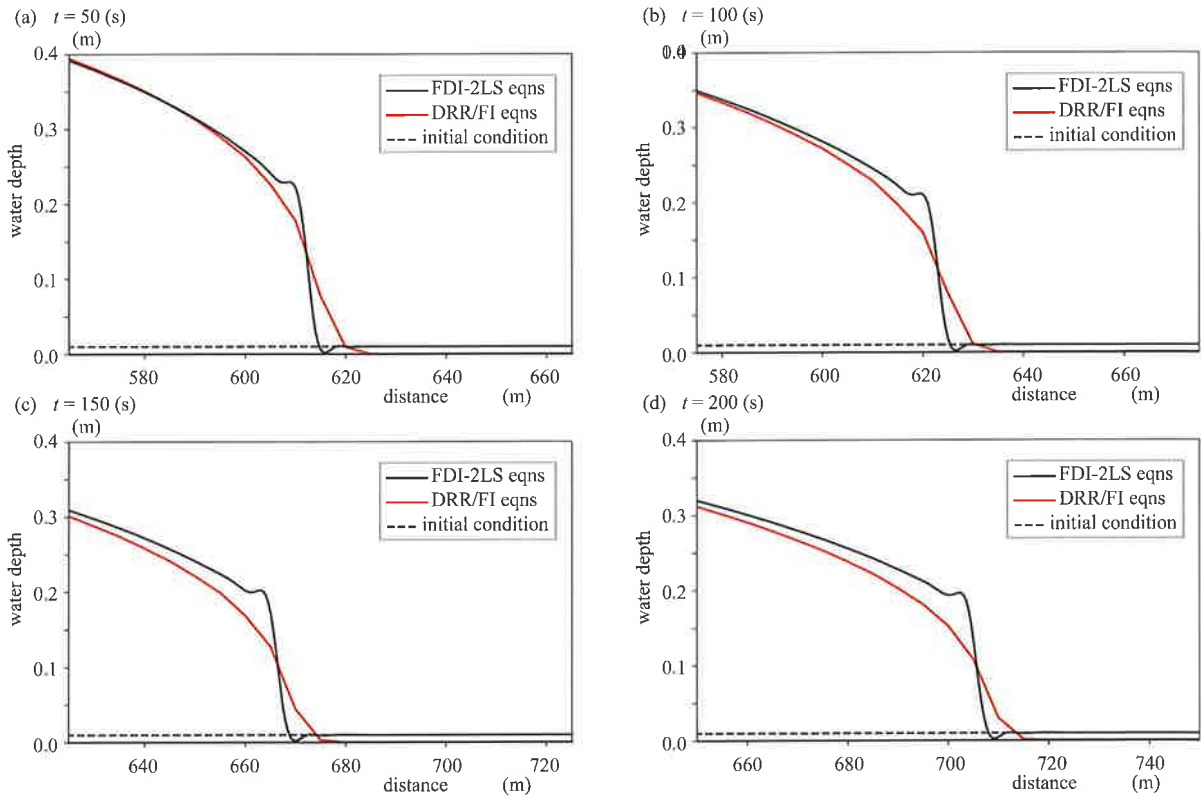


図-5 フロント付近の拡大図。FDI-2LS 方程式と 5m メッシュサイズの DRR/FI モデル。

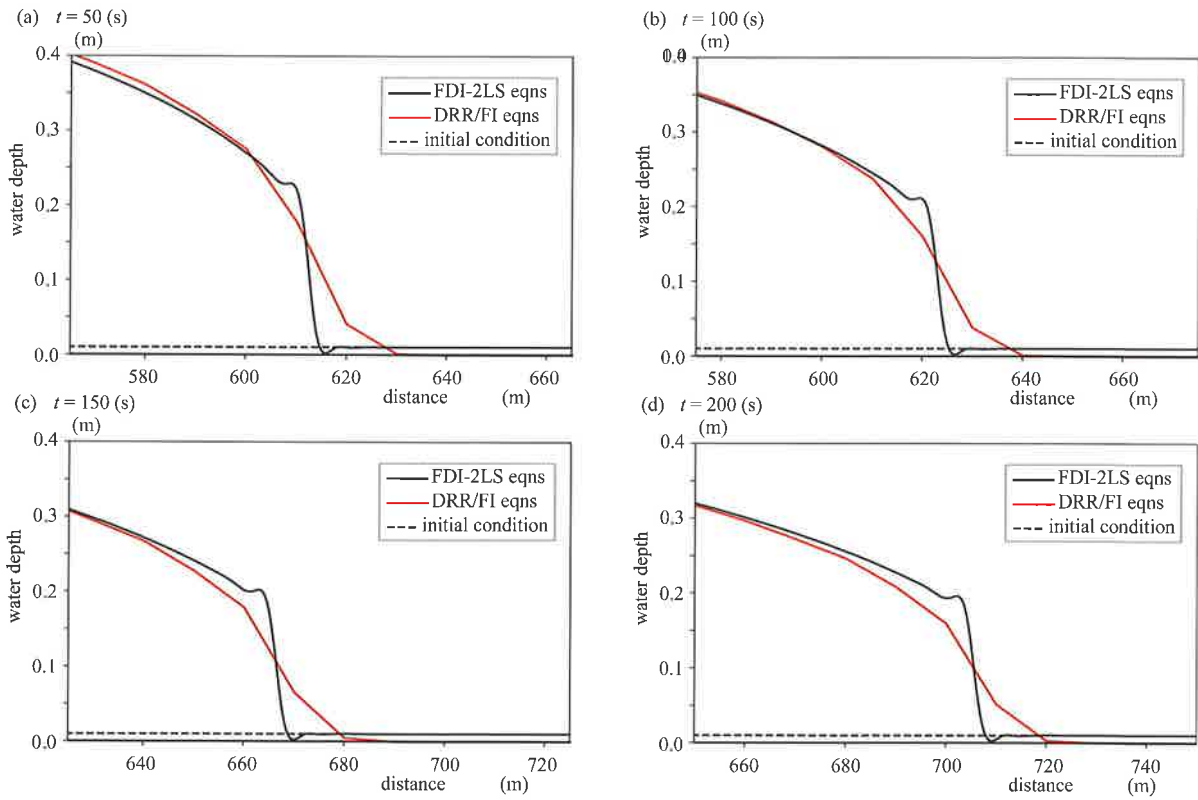


図-6 フロント付近の拡大図. FDI2-LS 方程式と 10m メッシュサイズの DRR/FI モデル.

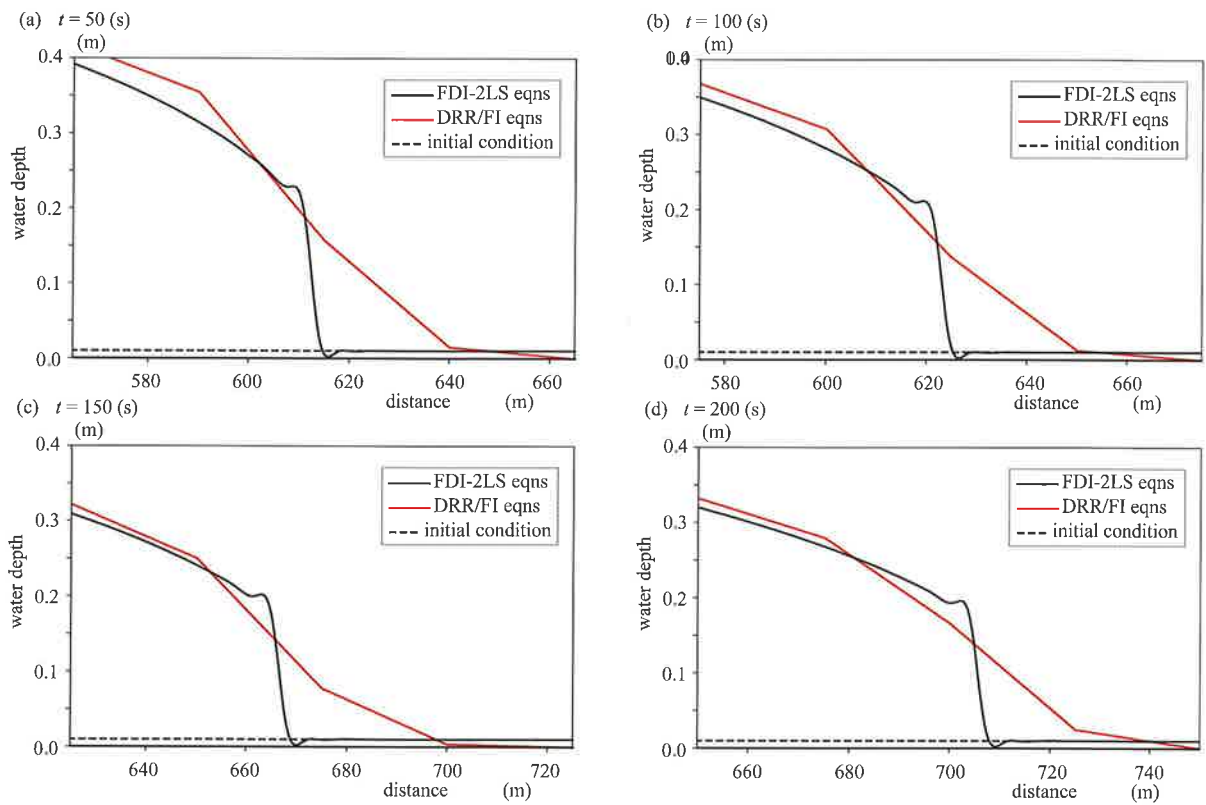


図-7 フロント付近の拡大図. FDI2-LS 方程式と 25m メッシュサイズの DRR/FI モデル.

4. おわりに

強非線形強分散内部波方程式である FDI-2LS 方程式を厳密解として用いることで、長波方程式に基づいた DRR/FI モデルの長期におけるダムブレイク問題への適用性について検討した。その結果、長期における計算では、初期に生じた誤差が維持されており、時間発展と共に拡大する可能性は小さいことが示された。さらに、計算誤差はメッシュサイズ程度であり、その再現性の高さが示された。小林ら (2016) により移流項を無視することによる精度の低下が報告されていることを踏まえると、井上ら (2000) による長波方程式に基づく DRR/FI モデルを利用した洪水氾濫解析の重要性が改めて示されたと考える。

参 考 文 献

- 1) 小林健一郎, 中山恵介, 阪口詩乃: 洪水氾濫解析を対象とした浅水流方程式の適用性に関する検討, 土木学会論文集 B1 (水工学) 73, 4, pp. I_1405-I_1410, 2017.
- 2) Nakayama, K. and Kakinuma, T.: Internal waves in a two-layer system using fully nonlinear internal-wave equations, *Int. J. Num. Method. Fluids*, Vol.62, pp.574-590, 2010.
- 3) 中山恵介, 柿沼太郎, 辻英一, 及川正行: 振幅の違いを考慮したソリトン共鳴による大振幅ソリトンの解析, 土木学会論文集 B2 (海岸工学), 第 68 巻, pp.I_1-I_5, 2012.
- 4) Kobayashi, K., Kitamura, D., Ando, K. and Ohi, N., Parallel computing for high-resolution/large-scale flood simulation using the K supercomputer, *Hydrological Research Letters*, Vol. 9, No. 4 p. 61-68, 2015.
- 5) Luke JC. A variational principle for a fluid with a free surface. *Journal of Fluid Mechanics*; 27:395-397, 1967.
- 6) Isobe M. Time-dependent mild-slope equations for random waves. *Proceedings of the 24th International Conference on Coastal Engineering*. ASCE: New York, pp. 285-299, 1995.
- 7) 井上和也, 戸田圭一, 前田修: 河川網が発達した領域での氾濫解析法とそのメコンデルタでの適用, 土木学会水工学論文集第 44 巻, pp. 485-490, 2000.

著 者

中山 恵介 所員, 博士 (工学), 水工学
 小林健一郎 研究員, 博士 (工学), 水工学