

## 粒子法をもとにした気液 2 相流計算法の乱流への適用性の検討

### Applicability of Two-Phase Flow Analysis Based on Particle Method to Turbulent Flows

中山 昭彦      久末 信幸  
Akihiko Nakayama      Nobuyuki Hisasue

#### 1. はじめに

乱流の数値計算は、空間に固定された計算格子点での変数の値を微分方程式の差分近似により解く手法が主流であるが、界面が大きく変動する自由水面流や混相流などの場合には、流速など流れの変数を流体粒子とともに移動する点で定義し、これらの値より空間微分項を内挿により求める、いわゆる粒子法 (Smoothed Particle Hydrodynamics (SPH)<sup>1)</sup> や Moving Particle Semi-implicit (MPS)<sup>2)</sup> が有用であることが示され応用も進んでいる<sup>3)</sup>。これらの手法は、Navier-Stokes 式原型のみならず、レイノルズ平均運動方程式や空間フィルタ平均運動方程式にも適用できるので乱流の計算も可能である。Colagrossi & Landrini<sup>4)</sup>、Violeau & Issa<sup>5)</sup>、後藤ら<sup>6)</sup>などは通常のオイラー乱流統計量の輸送方程式に適用し、乱流計算を試みている。粒子法は流体運動に沿った座標を用いるので乱流のラグランジュ平均量の予測法にもなる。Holm<sup>7)</sup>はラグランジュ座標系での運動方程式を厳密に平均した式を導出し、ラグランジュ平均には粒子の分散による効果があることを指摘し、ラグランジュ平均とオイラー平均の違いや、移動速度の平均と運動量の平均は異なることを指摘している。著者ら<sup>8)</sup>は粒子内挿操作自体に空間平均効果があるので、小スケール乱れのある乱流の瞬時流れ場に粒子内挿を施し得られる運動方程式をモデル化する方法を提案した。この場合変動する粒子に厳密に追従するラグランジュ記述は不可能で、粒子平均した軌道に沿う座標での運動方程式を扱うことになる。この粒子軌跡変動の影響は Monaghan<sup>9)</sup>が計算を安定させる目的で導入した項に関連している。しかし、分散効果やサブグリッド応力に相当する付加応力など乱流計算において発生する粒子軌跡変動の効果については十分研究されていない<sup>3)</sup>。

ここでは、SPH 粒子法を移流拡散方程式の離散手法として、固定座標上で空間フィルタ平均された Large-Eddy Simulation (LES) の基礎式に適用する。この場合移流速度は空間平均流速であるので、サブフィルタスケール効果は固定座標モデルと同様のものを適用できるが、その適用法や境界条件の設定法に注意を要する。ここでは乱流のシミュレーション法としての一手法を提案し、基礎的流れで妥当性や効果を検証する。また水面が大きく変化し、空気混入や液滴の飛散などのある流れへの適用の可能性も調べる。

#### 2. SPH 法

##### 2. 1 SPH 基礎方程式

粒子法は、例えば流れの変数  $A$  の任意の点  $\mathbf{r}$  での値は周辺の値を内挿することにより評価できることに基づいている。すなわち  $A$  の内挿値  $A_I$  は

$$A_I(\mathbf{r}) = \iiint W(\mathbf{r} - \mathbf{r}', h) A(\mathbf{r}') d\mathbf{r}' \quad (1)$$

とカーネル積分で表わされる。ここで  $W(\mathbf{r}-\mathbf{r}',h)$  は距離  $|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|$  がおよそ  $h$  の以内の領域で値をもつ内挿カーネル関数で

$$\iiint W(\mathbf{r}-\mathbf{r}',h)d\mathbf{r}'=1, \quad \lim_{h \rightarrow 0} W(\mathbf{r}-\mathbf{r}',h)=\delta(\mathbf{r}-\mathbf{r}') \quad (2)$$

の正規条件と距離ゼロの極限でその点での変数の値になる条件を満たす。ここで  $\delta(\mathbf{r}-\mathbf{r}')$  は Dirac のデルタ関数である。内挿値を数値計算で評価するには流れ場空間に固定された計算格子は必要でなく、任意の離散点で  $A$  が与えられていればよい。 $A(\mathbf{r})$  が有限個の粒子で代表される離散点  $\mathbf{r}_b$  (添字  $b$  は粒子を表わす指標) で与えられている場合、(1)式の積分は

$$A_S(\mathbf{r})=\sum_b m_b \frac{A_b}{\rho_b} W(\mathbf{r}-\mathbf{r}_b,h) \quad (3)$$

と粒子  $b$  についての和で近似できる。ここで  $m_b$ 、 $\rho_b$ 、 $A_b$  は点  $\mathbf{r}_b$  近傍の流体を代表する粒子  $b$  の質量、密度および  $A(\mathbf{r}_b)$  で、比  $m_b/\rho_b$  は体積になる。これより  $A_S$  の勾配ベクトルは

$$\nabla A_S(\mathbf{r})=\sum_b m_b \frac{A_b}{\rho_b} \nabla W(\mathbf{r}-\mathbf{r}_b,h) \quad (4)$$

と  $W$  の勾配を重みとする平均で表わせることになる。離散内挿値  $A_S$ 、 $\nabla A_S$  などを  $A$ 、 $\nabla A$  などの近似値と見なせば、運動方程式、質量保存式中の項も粒子内挿値で表わすことが出来、これらについての基礎式になる。ただし、Monaghan<sup>1)</sup>によれば、(4)式を圧力勾配項に適用する場合計算の安定性などの面から、 $A$  に直接圧力  $p$  を代入するのではなく、

$$\frac{1}{\rho} \nabla p = \nabla \left( \frac{p}{\rho} \right) + p \frac{\nabla \rho}{\rho^2} \quad \text{と変形して得られる}$$

$$\nabla p = -\rho_a \sum_b m_b \left( \frac{p_a}{\rho_a^2} + \frac{p_b}{\rho_b^2} \right) \nabla_a W_{ab}, \quad (5)$$

を用いるのが有効であるとされている。ここで、左辺は粒子  $a$  の位置での圧力勾配、 $p_a$ 、 $p_b$  は粒子  $a$ 、 $b$  の圧力、 $W_{ab} = W(\mathbf{r}_a-\mathbf{r}_b,h)$ 、 $\nabla_a W_{ab}$  は  $W_{ab}$  の  $a$  の座標についての勾配である。速度の2階微分を含む粘性項にも(4)式を再度微分した式を用いるのではなく、カーネル関数の1階微分のみで表わされるモデル式が用いられる。本研究では Kajtar & Monaghan<sup>9)</sup>による式

$$\nabla \cdot (\mu [\nabla \mathbf{v} + (\nabla \mathbf{v})^T]) = -\sum_b m_b \Pi_{ab} \nabla_a W_{ab}, \quad (6)$$

$$\Pi_{ab} = -\frac{C_\mu \mu_a \mu_b}{\rho_a \rho_b (\mu_a + \mu_b)} \frac{(\mathbf{v}_a - \mathbf{v}_b) \cdot (\mathbf{r}_a - \mathbf{r}_b)}{h \sqrt{|\mathbf{r}_a - \mathbf{r}_b|^2 + 0.01h^2}} \quad (7)$$

を用いる。 $\mu$  は流体粘性係数で、 $\mu_a$  は粒子  $a$  の位置での粘性係数、 $C_\mu$  は次元に依存する定数で、3次元流れの場合 Kajtar & Monaghan<sup>9)</sup> は 112/15 としている。また分母の  $+0.01h^2$  は  $\mathbf{r}_a = \mathbf{r}_b$  の特異性を避けるものである。以上の関係を用いると粒子  $a$  の運動方程式および質量保存式は

$$\frac{d\mathbf{v}_a}{dt} = -\sum_b m_b \left( \frac{p_a}{\rho_a^2} + \frac{p_b}{\rho_b^2} + \Pi_{ab} \right) \nabla_a W_{ab} + \mathbf{g} + \mathbf{F}_a \quad (8)$$

および

